

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Jurica Bajac

ZAGREB, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD  
NUMERIČKA ANALIZA STRUJANJA KROZ VODENIČKO  
KOLO

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Željko Tuković

Student:

Jurica Bajac

ZAGREB, 2018.

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru izv. prof. dr. sc. Željku Tukoviću što mi je omogućio da napišem ovaj rad te me zainteresirao za ovo područje strojarstva i dao mnoge savjete tijekom izrade istoga. Također se zahvaljujem svojoj obitelji, ponajviše majci koja mi je bila velika potpora i omogućila studiranje.

Zagreb, siječanj 2018.

Jurica Bajac



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Jurica Bajac**

Mat. br.: 0035192457

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza strujanja kroz vodeničko kolo**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical analysis of flow through water wheel**

Opis zadatka:

Na lijevoj obali rijeke Kupe u naselju Kupari planira se izgradnja male hidroelektrane EKO PODGORA električne snage 10 kW. Za proizvodnju električne energije koristio bi se hidropotencijal potoka koji izvire u neposrednoj blizini i ulijeva se u rijeku Kupu. Procijenjeni protok vode kroz potok iznosi 0.6 m<sup>3</sup>/s, a geodetska razlika je 2 m. Raspoloživi će se hidropotencijal potoka iskoristiti za proizvodnju mehaničke energije primjenom vodeničkog kola.

U sklopu diplomskog rada potrebno je:

1. prikazati različite izvedbe vodeničkih kola,
2. odabrati optimalnu izvedbu vodeničkog kola za danu lokaciju te proračunati njegove osnovne geometrijske parametre,
3. provesti simulaciju nestacionarnog strujanja dvofaznog fluida kroz rotirajuće vodeničko kolo s ciljem određivanja pripadajuće karakteristike snage i efikasnosti.

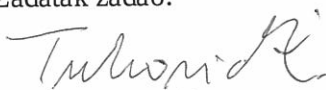
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
16. studenog 2017.

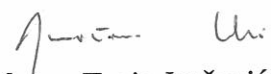
Datum predaje rada:  
18. siječnja 2018.

Predviđeni datum obrane:  
24., 25. i 26. siječnja 2018.

Zadatak zadao:

  
Izv.prof.dr.sc. Željko Tuković

Predsjednica Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

# Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	viii
Popis tablica	x
Popis oznaka	x
Sažetak	xiii
Summary	xiv
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
1.1. Vodeničko kolo [1]	1
1.2. Vrste vodeničkih kola [2]	2
1.2.1. Kolo pogonjeno vodom s donje strane	2
1.2.2. Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na drugoj polovini kola	3
1.2.3. Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na prvoj polovini kola	5
1.2.4. Kolo pogonjeno vodom na sredini visine kola [3]	6
<b>2. Izbor i proračun kola</b>	<b>7</b>
2.1. Konstrukcijski parametri	7
2.2. Konstrukcija nizvodne situacije	8
2.3. Konstrukcija ulazne situacije	9

<b>3. Matematički model</b>	<b>11</b>
3.1. <i>VOF</i> model [4]	11
3.2. Jednadžba kontinuiteta za pojedinu fazu	13
3.2.1. Implicitna shema diskretizacije konvektivnog člana	13
3.2.2. Eksplicitna shema diskretizacije konvektivnog člana	14
3.2.3. Interpolacija u blizini sučelja	14
3.3. Svojstva materijala	15
3.4. Jednadžba količine gibanja	16
3.5. Energetska jednadžba	17
3.6. Otvoreni tok u kanalu	17
3.7. Rubni uvjeti na ulazu	18
3.7.1. Ulazni tlak	18
3.7.2. Maseni protok na ulazu	19
3.7.3. Specificiranje volumnih udjela	19
3.8. Rubni uvjeti na izlazu	20
3.8.1. Izlazni tlak	20
3.8.2. Granica na kojoj tok izlazi (engl. <i>outflow boundary</i> )	20
3.8.3. Određivanje volumnih udjela povratnog toka	21
<b>4. Model vodeničkog kola</b>	<b>22</b>
<b>5. Numerički model</b>	<b>26</b>
5.1. Diskretizacija	26
5.2. Rubni uvjeti	30
5.3. Numeričke postavke proračuna	31
<b>6. Rezultati simulacije</b>	<b>37</b>
6.1. Kolo s 28 lopatica	39
6.2. Kolo s 30 lopatica	41
6.3. Kolo s 32 lopatice	43
6.4. Usporedba radnih karakteristika	45
6.5. Kolo s 30 lopatica na finijoj mreži	47
<b>7. Zaključak</b>	<b>49</b>

Literatura

50

# Popis slika

1.1	Vodeničko kolo . . . . .	2
1.2	Kolo pogonjeno vodom s donje strane [5] . . . . .	3
1.3	Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na drugoj polovini kola [5] . . . . .	4
1.4	Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na prvoj polovini kola [5] . . . . .	5
1.5	Kolo pogonjeno vodom na sredini visine kola [5] . . . . .	6
3.1	Stvarni oblik sučelja [4] . . . . .	15
3.2	Oblik sučelja nakon geometrijske rekonstrukcije [4] . . . . .	15
3.3	Oblik sučelja kod korištenja akceptor-donator sheme [4] . . . . .	16
4.1	Izometrijski prikaz geometrije kola [6] . . . . .	22
4.2	Izometrijski prikaz kola bez prednje ploče [6] . . . . .	23
4.3	Izometrijski prikaz lopatica [6] . . . . .	23
4.4	Prikaz lopatica u nacrtu [6] . . . . .	24
4.5	Prikaz površine jednog međulopatičnog kanala [6] . . . . .	24
4.6	Prikaz 2D modela kola za simulaciju . . . . .	25
5.1	Vektori korišteni za izračunavanje ortogonalne kvalitete [7] . . . . .	27
5.2	Prikaz prostorne diskretizacije kola . . . . .	28
5.3	Prikaz prostorne diskretizacije u blizini lopatice . . . . .	28
5.4	Prikaz prostorne diskretizacije domene oko kola . . . . .	29
5.5	Prikaz prostorne diskretizacije domene unutar kola . . . . .	29



5.6	Prikaz rubnih stranica unutarnje domene . . . . .	30
5.7	Prikaz rubnih stranica vanjske domene . . . . .	30
5.8	Prikaz rubnih stranica kola . . . . .	31
5.9	Prikaz izračunatog polja brzine . . . . .	32
5.10	Prikaz izračunatog polja brzine u blizini kola . . . . .	33
5.11	Prikaz kontura statičkog tlaka . . . . .	33
5.12	Prikaz kontura totalnog tlaka . . . . .	34
5.13	Prikaz kontura volumnih udjela pojedine faze . . . . .	34
5.14	Prikaz kontura pojedine faze po domeni . . . . .	35
5.15	Prikaz kontura pojedine faze u samom kolu . . . . .	35
5.16	Prikaz vektora brzine na ulazu vode u kolo . . . . .	36
6.1	Ulazni presjek vode . . . . .	38
6.2	Karakteristika efikasnosti kola (28 lopatica) . . . . .	39
6.3	Karakteristika izlazne snage kola (28 lopatica) . . . . .	40
6.4	Karakteristika efikasnosti kola (30 lopatica) . . . . .	41
6.5	Karakteristika izlazne snage kola (30 lopatica) . . . . .	42
6.6	Karakteristika efikasnosti kola (32 lopatice) . . . . .	43
6.7	Karakteristika izlazne snage kola (32 lopatice) . . . . .	44
6.8	Karakteristika efikasnosti kola . . . . .	45
6.9	Karakteristika izlazne snage kola . . . . .	46
6.10	Usporedba karakteristika efikasnosti kola . . . . .	48
6.11	Usporedba karakteristika izlazne snage kola . . . . .	48

# Popis tablica

2.1	Podaci o geometriji . . . . .	10
5.1	Parametri kvalitete mreže kola . . . . .	26
5.2	Parametri kvalitete mreže vanjska domena . . . . .	27
5.3	Parametri kvalitete mreže unutarnja domena . . . . .	27
6.1	Rezultati numeričkog proračuna (28 lopatica) . . . . .	39
6.2	Rezultati numeričkog proračuna (30 lopatica) . . . . .	41
6.3	Rezultati numeričkog proračuna (32 lopatice) . . . . .	43
6.4	Rezultati numeričkog proračuna za gušću mrežu . . . . .	47

Oznaka	Značenje	Mjerna jedinica
$D$	promjer kola	[m]
$H$	visina dobave	[m]
$Q$	protok	[m <sup>3</sup> /s]
$\epsilon$	koeficijent punjenja	[-]
$v_t$	tangencijalna brzina	[m/s]
$d$	visina lopatica	[m]
$B$	širina kola	[m]
$t_r$	potopljena dubina na izlazu	[m]
$\beta$	kut između razine vode i vrha lopatice	[°]
$r_a$	radijus donjeg dijela lopatice	[m]
$r_b$	radijus gornjeg dijela lopatice	[m]
$v_{in}$	ulazna brzina vode	[m/s]
$\alpha$	kut vode na ulazu	[°]
$x_1$	dubina dna kanala	[m]
$\phi$	kut između horizontale i ulaznog kanala	[°]
$d_{op}$	teoretski potrebna dubina	[m]
$N$	broj lopatica	[-]
$n$	broj okretaja	[o/min]
$\alpha_q$	volumni udio fluida $q^{th}$ u ćeliji	[-]
$\rho_q$	gustoća faze $q$	[kg/m <sup>3</sup> ]
$S_{aq}$	izvorski član	[W]
$\dot{m}_{pq}$	prijenos mase od faze $p$ do faze $q$	[mol/sm <sup>2</sup> ]
$\dot{m}_{qp}$	prijenos mase od faze $q$ do faze $p$	[mol/sm <sup>2</sup> ]
$a_{q,f}$	nominalna vrijednost volumnog udjela	[-]
$V$	volumen ćelije	[m <sup>3</sup> ]
$U_f$	volumni protok kroz površinu temeljen na normalnoj brzini	[m <sup>s</sup> /s]
$S_h$	izvorski član	[W]
$k_{eff}$	efektivna toplinska vodljivost	[W/mK]
$T$	temperatura	[K]
$V$	brzina strujanja u dovodnom kanalu	[m/s]
$g$	ubrzanje sile teže	[m/s <sup>2</sup> ]
$y$	udaljenost dna kanala od slobodne površine	[m]
$V_W$	brzina vala kako ga vidi fiksni promatrač	[m/s]
$p_0$	ukupni tlak na ulazu	[Pa]
$\vec{a}, \vec{b}$	vektori koji opisuju točke na slobodnoj površini	[m]
$\vec{g}$	gravitacijski vektor	[m/s <sup>2</sup> ]

Oznaka	Značenje	Mjerna jedinica
$ \vec{g} $	gravitacijska veličina	[m/s <sup>2</sup> ]
$\hat{g}$	jedinični vektor gravitacije	[m/s <sup>2</sup> ]
$\rho_0$	referentna gustoća	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho$	gustoća smjese u čeliji	[kg/m <sup>3</sup> ]
$q$	dinamički tlak	[Pa]
$p_s$	statički tlak	[Pa]
$y_{local}$	udaljenost slobodne površine do referentnog položaja	[m]
$\dot{m}_{phase}$	maseni protok za svaku fazu	[kg/s]
$Fr$	Froudeov broj	[-]
$\omega$	kutna brzina	[s <sup>-1</sup> ]
$\mu$	viskoznost	[kg/(ms)]
$\eta$	iskoristivost	[-]
$P_{iz}$	izlazna snaga	[W]
$P_{ul}$	ulazna snaga	[W]
$T$	okretni moment na kolu	[Nm]
$Q_{2D}$	protok za 2D slučaj strujanja	[m <sup>3</sup> /s]
$A_{ul}$	površina ulaznog presjeka	[m <sup>2</sup> ]
$v$	brzina vode na ulazu	[m/s]
$\eta_{28}$	iskoristivost kola s 28 lopatica	[-]
$\eta_{30}$	iskoristivost kola s 30 lopatica	[-]
$\eta_{32}$	iskoristivost kola s 32 lopatice	[-]

# Sažetak

Vodenička kola jedan su od najstarijih hidrauličkih strojeva poznatih čovjeku. Voda strujanjem preko niza lopatica pričvršćenih na kolo okreće kolo i stvara mehanički rad koji se preko središnje osovine prenosi na druge uređaje. Postoji tri osnovna tipa vodeničkih kola ovisno o mjestu dovodenja same vode: kolo pogonjeno s donje strane, kolo pogonjeno s gornje strane i kolo pogonjeno vodom na sredini visine kola. Pomoću programskog paketa *SOLIDWORKS* izrađen je model samog kola. Da bi se dobile hidraulične karakteristike kola uz pomoć programskog paketa *ANSYS* izrađena je mreža te je provedena računalna simulacija strujanja u *FLUENT*-u. Da bi se izabrala optimalna izvedba kola proračun strujanja je proveden za izvedbe sa 28, 30 i 32 lopatice.

**Ključne riječi:** vodeničko kolo, kolo pogonjeno vodom na sredini kola, strujanje dvofaznog fluida

# Summary

Water wheels are one of the oldest hydraulic machines known to mankind. Water flowing over an array of blades mounted on a wheel turns the wheel and generates mechanical work which is transmitted through an axle to other machines. There are three basic types of water wheels, depending on the spot where water strikes the wheel: undershot wheel, overshot wheel and breastshot wheel. Using the software package SOLIDWORKS, a model of the wheel is created. In order to get the hydraulic characteristics of the wheel, a mesh is created with the ANSYS software package and computer simulation of flow is done with the FLUENT software package. In order to choose an optimal version of wheel, flow calculation is done for versions with 28, 30 and 32 blades.

**Keywords:** the breastshot waterwheel, VOF (volume of fluid) model

# 1 | Uvod

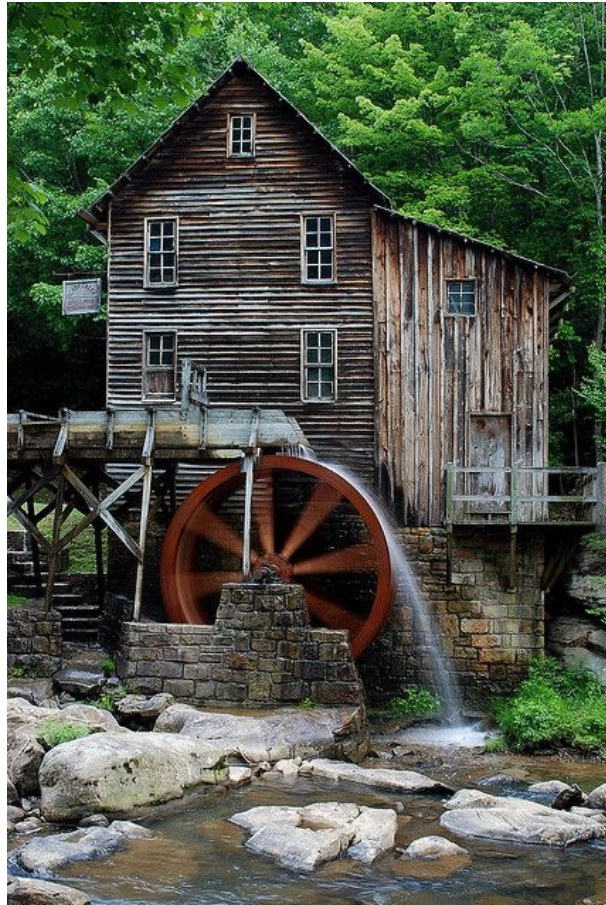
## 1.1. Vodeničko kolo [1]

Vodeničko kolo jedan je od najstarijih hidrauličkih strojeva poznatih čovjeku, koristi se još od antike. Izvorno su bili građeni od drva. Pojavom novih materijala (kovanog željeza) i potrebe za sve većom snagom tijekom industrijske revolucije, u kombinaciji s razvojem hidraulike i racionalnog dizajna kola nastaju veća i efikasnija kola.

Vodeničko kolo prikazano na slici 1.1 je uređaj koji koristi prednosti strujanja ili pada vode u svrhu generiranja energije koristeći set lopatica montiranih na kolo. Voda svojom težinom pada i gura lopatice te okreće kolo. Rotacija kola se pomoću središnje osovine prenosi na druge uređaje. Kola su vrlo velika i najčešće napravljena od drva ili metala s velikim brojem lopatica ili 'kanti' duž ruba koje služe za iskorištavanje snage vode.

Samo kolo smješteno je okomito preko izvora vode što znači da je samo vratilo horizontalno. Osovina prenosi energiju dobivenu od pada vode do pogonskog remena ili zupčanika koji tada pogoni drugi stroj. Vodenice se pokreću padom ili protokom vode, koji se dobiva od potoka ili rijeka. Ponekad se stvaraju posebna jezerca (ribnjaci) poznati kao mlinski lukovi koji su napravljeni da umire vodu. Tako se stvara poseban kanal za dobavu vode između jezerca i vodeničnog kola. [8]

Iako vodenička kola danas nisu u širokoj upotrebi, hidroelektrane funkcioniraju na istom osnovnom principu korištenja snage toka vode za pokretanje uređaja poznatih pod nazivom turbine.



Slika 1.1: Vodeničko kolo

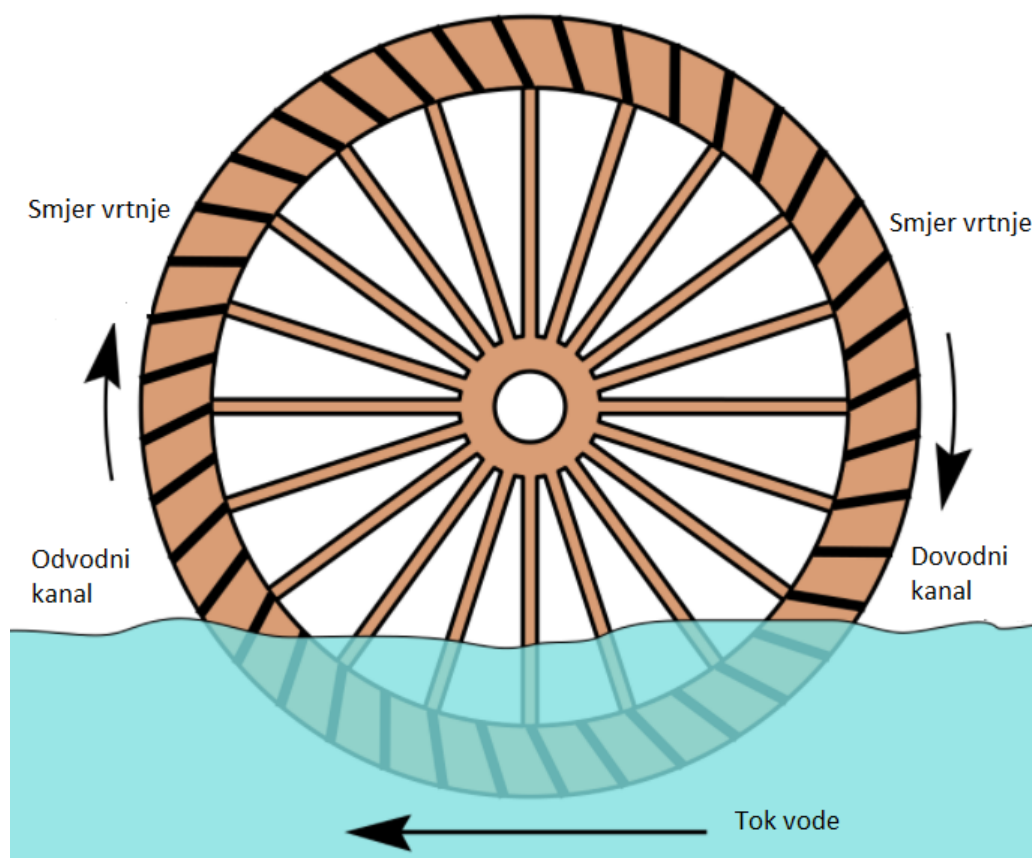
## 1.2. Vrste vodeničkih kola [2]

### 1.2.1. Kolo pogonjeno vodom s donje strane

Grade se u područjima bez nagiba podloge i jedini su primjenjivi na takvom terenu. Ovo je jedna od najstarijih i najneučinkovitijih izvedbi samog kola. Kolo je okomito montirano na površinu vode i pokreće ga voda koja nastrojava na lopatice s donje



strane (*undershot*), slika 1.2. U ovoj izvedbi ne postoji dovodni kanal nego voda koja struji sama pokreće kolo. Uglavnom se koriste na velikim rijekama s jakim protokom ili se grade uz offshore platforme.



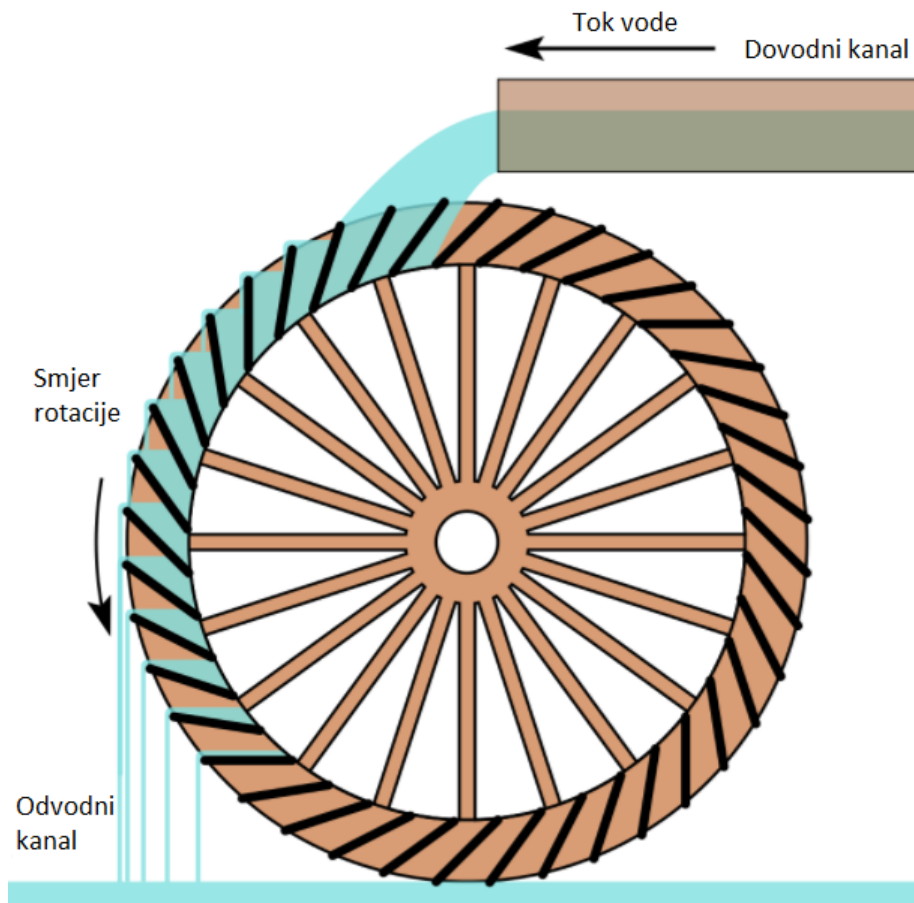
Slika 1.2: Kolo pogonjeno vodom s donje strane [5]

### 1.2.2. Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na drugoj polovini kola

Vertikalno postavljeno vodenično kolo pokreće se padom vode na lopatice ili 'kante' na vrhu kola (*overshot*), slika 1.3. Tipični primjer ovog kola ima kanal za dovod vode iznad i voda se polagano dovodi na jednu stranu u smjeru rotacije. Voda se skuplja u 'kante' na toj strani kola čineći ih težim od druge strane koja je prazna. Težina okreće kolo, a kante se prazne u odvodni kanal kada se kolo dovoljno zarotira. Ovakav dizajn

osigurava iskorištavanje cijelog dotoka vode i pritom nisu potrebni veliki protoci.

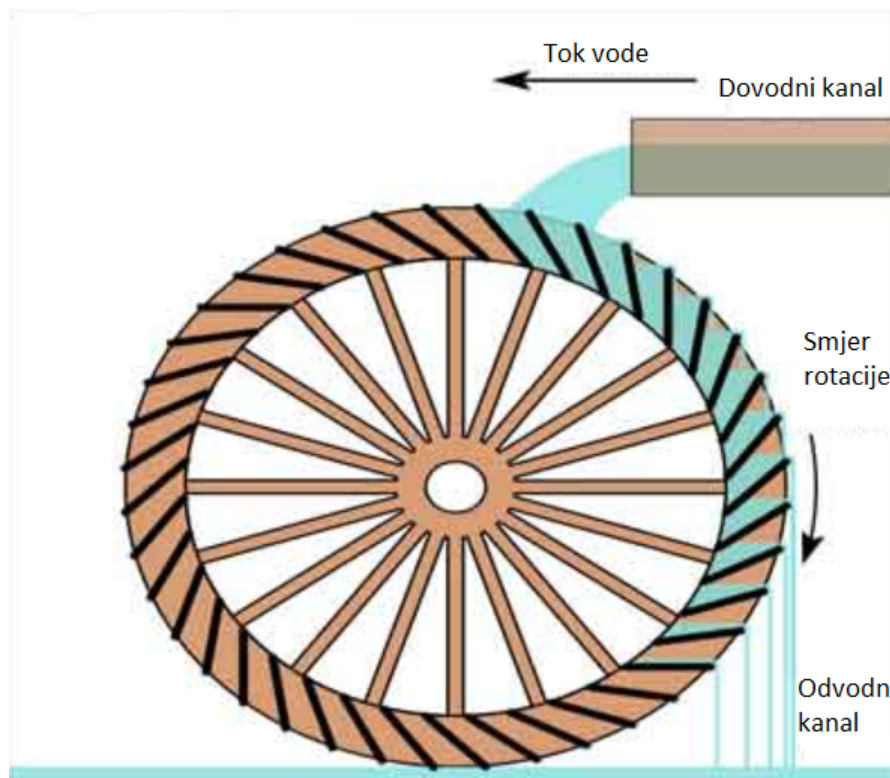
Za razliku od onih pogonjenih vodom s donje strane imaju dvostruku ulogu gravitacije. Ne samo da se sila tekuće vode djelomično prebacuje na kolo nego i težina vode koja se spušta daje dodatnu energiju. Mehanička snaga koju dobivamo određena je promjerom i padom visine, stoga su ova kola idealna za brdovite i planinske terene. Grade se na terenima s padom od minimalno 4.5 m. Ova kola zahtijevaju značajne inženjerske sposobnosti i velike padove što obično znači velika ulaganja u brane i dovodne kanale.



Slika 1.3: Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na drugoj polovini kola [5]

### 1.2.3. Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na prvoj polovini kola

Ova izvedba kola je ista kao i prethodna samo se voda dovodi na prvoj polovini kola (*backshot*), slika 1.4. Kombinira prednosti sistema dovoda vode na sredini i iznad kola, kako je potpuna potencijalna energija vode otpuštena pri njenom padu, ona se iskorištava tako da kolo okreće unatrag. Kolo radi čak i kada se voda podigne do razine osovine dok bi se ostala kola u tom trenutku morala zaustaviti ili bi već bila i uništena. Zbog takvog rada kolo je pogodno za tokove koji doživljavaju ekstremne sezonske varijacije u toku i smanjuje se potreba za kompleksnim konfiguracijama odvodnih kanala. Ovo kolo je također pogodno iz razloga što se snaga može povećati vodom koja struji ispod kola, a ne samo težinom koja pada u kante, odnosno na lopatice.

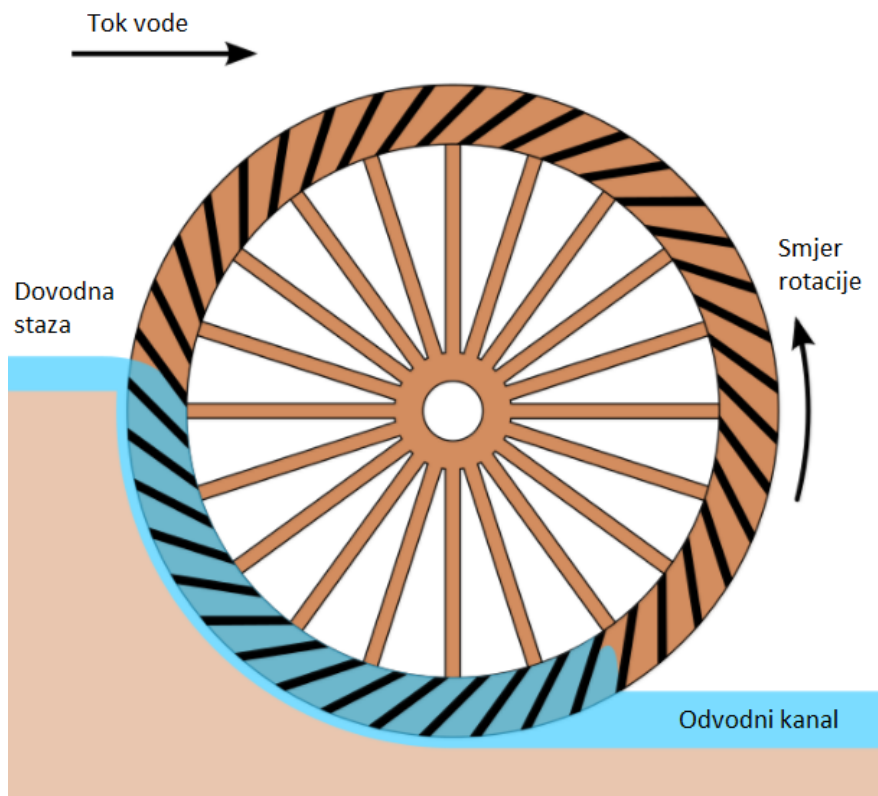


Slika 1.4: Kolo pogonjeno vodom s gornje strane na prvoj polovini kola [5]

#### 1.2.4. Kolo pogonjeno vodom na sredini visine kola [3]

Kolo je okomito montirano te voda teče u 'kante' približno oko sredine kola ili malo iznad (*breastshot*), slika 1.5, gurajući 'kante' prema dolje te nastavlja strujati ispod kola i gurati kolo prema naprijed. Ovaj oblik kola koristi se kada imamo padove vode od 1,8 do 2,4 metra. Promjeri im mogu biti vrlo veliki čime se povećava njihova snaga. Ovaj tip kola najčešće nalazimo u Sjedinjenim Američkim Državama gdje su bili jedni od izuma koji su potakli američku industrijsku revoluciju.

Ova kola su manje efikasna od onih pogonjenih vodom s gornje strane, ali su učinkovitiji od onih pogonjenih vodom s donje strane. Lopatice su najčešće kao 'kante', odnosno zatvorenog oblika te se energija dobiva s obzirom na težinu vode, dok se kod klasičnih lopatica energija dobiva na osnovu promjene količine gibanja. Ovaj oblik kola preferira se za stabilne tokove s velikim količinama vode.



Slika 1.5: Kolo pogonjeno vodom na sredini visine kola [5]

## 2 Izbor i proračun kola

Obzirom na konfiguraciju terena, visinu pada vode od 2 m i utvrđenog protoka vode, odabrana je optimalna izvedba kola pogonjenog vodom na sredini visine kola. Ova izvedba kola, iako manje učinkovita od kola pogonjenih vodom sa gornje strane, ima manji promjer kola i manju brzinu vrtnje, što rezultira ekonomičnijim dizajnom.

Izvedba (oblik) vodeničkih kola ima cilj voditi vodu u i iz kola s minimalnim gubitkom. U ovoj su izvedbi na ulazu i izlazu gubici minimalni. Najnapredniju metodu za oblikovanje ovog kola razvio je njemački inženjer Carl von Bach (1886.). Dizajn počinje nekim osnovnim parametrima poznatima iz iskustva, zatim se određuje oblik lopatica prema izlaznim uvjetima što dovodi do oblikovanja priljeva. [9]

### 2.1. Konstrukcijski parametri

Vodeničko kolo konstruira se prema dozvoljenom padu (razlici donje i gornje visine vode)  $H$  i protoku  $Q$ . Promjer kola  $D$  uzima se kao dvije visine pada  $H$  ili nešto više. Kod projektiranja prema Bachu preporučene vrijednosti promjera su  $D = H + 3.5m$ . Međutim to dovodi do prilično velikih promjera kola za manje vrijednosti  $H$ . Kako bi kolo bilo manje i ekonomičnije, u ovom slučaju, uzimamo promjer kola:

$$D = 2 \cdot H = 2 \cdot 2 = 4m. \quad (2.1)$$

Kod projektne brzine svaka lopatica će biti djelomično napunjena kako bi se izbjegli

turbulentni gubici i prepunjavanje te omogućio lagan izlazak vode. Koeficijent punjenja  $\epsilon$  može se uzeti od 0.4 (kod velikih varijacija u protoku) do 0.5 (kod malih varijacija u protoku), pretpostavlja se da će veća ispunjenost rezultirati povećanjem otpora protoka u lopatici, što dovodi do povećanja gubitaka kod priljeva. [9]

Tangencijalna brzina  $v_t$  uzima se u granicama između 1.5 i 2 m/s. Kolo je projektirano za tangencijalnu brzinu  $v_t = 1.8$  m/s. To rezultira brzinom vrtnje kola od  $8,6 \text{ min}^{-1}$ .

Visina lopatica  $d$  može se izračunati kao funkcija dozvoljenog pada  $H$  i promjera kola  $D$ . Uzeta je visina lopatica  $d = 0.6$  m.

$$d = 0.4 \sqrt[3]{\frac{D}{H}} = 0.4 \sqrt[3]{\frac{4}{2}} = 0.504 \text{ m}, \quad (2.2)$$

$$d = 0.5 \sqrt[3]{\frac{D}{H}} = 0.5 \sqrt[3]{\frac{4}{2}} = 0.63 \text{ m}. \quad (2.3)$$

Širina kola  $B$  slijedi iz:

$$B = \frac{Q}{v_t \cdot \epsilon \cdot d} = \frac{0.6}{1.8 \cdot 0.45 \cdot 0.6} = 1.23 \text{ m}. \quad (2.4)$$

## 2.2. Konstrukcija nizvodne situacije

Na izlaznoj strani se voda mora kretati tangencijalnom brzinom kola od 1.8 m/s. Potopljena dubina na izlazu  $t_r$  može se odrediti pomoću:

$$t_r = \frac{Q}{B \cdot v_t} = \frac{0.6}{1 \cdot 1.8} = 0.333 \text{ m}. \quad (2.5)$$

Kako bi izbjegli gubitke na izlazu lopatice iz vode, lopatica bi trebala biti savijena na taj način da kut između vrha lopatice i površine vode bude  $90^\circ$ . Kut  $\beta$  je kut između razine vode i donjeg kraja lopatice:

$$\beta = \arccos \frac{R - t_r}{R} = \arccos \frac{2}{2 - 0.333} = 33.54^\circ. \quad (2.6)$$

Radijus donjeg dijela lopatice  $r_a$  dan je sljedećim izrazom:

$$r_a = \frac{t_r}{\sin\beta} = \frac{0.333}{\sin(33.54^\circ)} = 0.603m. \quad (2.7)$$

Lopatica prati ovaj radijus od vanjskog ruba do točke maksimalnog potopljenja ( $R - t_r$ ). Zatim se zakreće manjim radijusom  $r_b$  da se približi maksimalnoj visini lopatice  $d$  tangencijalno.

## 2.3. Konstrukcija ulazne situacije

Nizvodni uvjeti određuju geometriju lopatica. Detalj preljeva mora biti dizajniran na način da se minimiziraju gubici prilikom pritjecanja. Voda se najčešće dovodi jednostrukim kanalom. Voda ulazi u lopatični kanal na dubini  $x_1$  ispod slobodne površine vode. Kako bi se maksimalno iskoristila kinetička energija vode, brzina pritjecanja  $v_{in}$  bi trebala biti dvostruko veća od tangencijalne brzine na kolu  $v_t$ . To je važno za izbjegavanje turbulentnih gubitaka prilikom priljeva koji stvara vodeni mlaz dok udara u lopaticu pod ostrim kutem. [10]

Kut vektora apsolutne brzine  $v_{in}$  na ulazu u lopaticu je  $\alpha$ , tako da je vektor relativne brzine  $v_{eff}$ , koji se sastoji od vektora zbroja ulaznog vektora  $v_{in}$  i vektora tangencijalne brzine  $v_t$  paralelan s lopaticom. Kut  $\alpha$  pod kojim voda ulazi na lopaticu obično se odabire da je  $\tan\alpha = 0.5$  ili  $\alpha = 26^\circ$  (ponekad do  $30^\circ$ ). Veći  $\alpha$  znači brža vrtnja kola ili sporiji tok vode. Ulazna brzina  $v_{in}$  vode sada se može odrediti:

$$v_{in} = \frac{v_t \cdot \sin\beta}{\sin(90^\circ - \beta - \alpha)} = \frac{1.8 \cdot \sin(58.46^\circ)}{\sin(90^\circ - 33.54^\circ - 26.3^\circ)} = 2.488m/s. \quad (2.8)$$

Uzimajući u obzir ovu brzinu i gubitak od 0.1, dubina  $x_1$  ispod slobodne površine je:

$$x_1 = 1.1 \cdot \frac{2.488^2}{2g} = 0.347m. \quad (2.9)$$

Kut  $\phi$  između horizontale i ulaznog kanala:

$$\phi = \beta + \alpha - \arcsin \frac{x_1 - t_r}{H} = 33.54^\circ + 26.3^\circ - \arcsin \frac{0.347 - 0.333}{2} = 59.439^\circ. \quad (2.10)$$

S brzinom od 2.488 m/s na ulazu teoretski potrebna dubina  $d_{op}$  :

$$d_{op} = \frac{Q}{0.92 \cdot B \cdot v_{in}} = \frac{0.6}{0.92 \cdot 1 \cdot 2.488} = 0.263m. \quad (2.11)$$

U tablici 2.1 dani su svi parametri vezani uz konstrukciju kola.

Tablica 2.1: **Podaci o geometriji**

projektni protok $Q$ [ $m^3/s$ ]:	0.6
projektna visina dobave $H$ [ $m$ ]:	2
broj okretaja $n$ [ $o/min$ ]:	8.6
promjer kola $D$ [ $m$ ]:	4
koeficijent punjenja $\epsilon$ [ $-$ ]:	0.45
tangencijalna brzina $v_t$ [ $m/s$ ]:	1.8
visina lopatica $d$ [ $m$ ]:	0.6
širina kola $B$ [ $m$ ]:	1
potopljena dubina lopatica $t_r$ [ $m$ ]:	0.333
kut između razine vode i donjeg kraja lopatice $\beta$ [ $^\circ$ ]:	33.54
radijus donjeg dijela lopatice $r_a$ [ $m$ ]:	0.603
radijus gornjeg dijela lopatice $r_b$ [ $m$ ]:	0.38
ulazna brzina $v_{in}$ [ $m/s$ ]:	2.488
dubina dna kanala $x_1$ [ $m$ ]:	0.347
kut između horizontale i ulaznog kanala $\phi$ [ $^\circ$ ]:	59.439
teoretski potrebna dubina $d_{op}$ [ $m$ ]:	0.263
broj lopatica $N$ [ $-$ ]:	30



## 3 Matematički model

### 3.1. *VOF* model [\[4\]](#)

*VOF* model se koristi za numeričko modeliranje višefaznog strujanja gdje se pojedine faze međusobno ne miješaju te rješava taj problem rješavanjem jednog skupa moment-nih jednažbi i praćenjem volumnog udjela svake od faza po cijeloj domeni.

Tipične primjene ovog modela uključuju predviđanja razbijanja mlaza, kretanja velikih mjehurića u tekućini, kretanja tekućine nakon popuštanja brane i stacionarno ili tranzijentno praćenje bilo kojeg sučelja gdje se tekućina i plin sastaju.

Ograničenja na *VOF* model u FLUENT-u:

- Mora se koristiti rješavač temeljen na tlaku (engl. *pressure-based solver*). *VOF* model ne radi ni s jednim od rješavača temeljenih na gustoći (engl. *density-based solver*).
- Svi kontrolni volumeni moraju biti ispunjeni samo jednom fazom ili kombinacijom faza. Model ne dopušta prazne regije gdje nema nijedne faze.
- Samo jedna faza može se definirati kao stlačivi idealni plin. Nema ograničenja na korištenje stlačivih tekućina pomoću korisnički definiranih funkcija.
- Periodički tok u smjeru struje (ranije specificiran maseni protok ili specificiran pad tlaka) ne može se modelirati kada se koristi *VOF* model.

- Vremenski inkrementalna implicitna formulacija drugog reda ne može se koristiti s eksplicitnom shemom *VOF*-a.
- Kod praćenja infinitezimalnog volumena u paralelnom radu, DPM model (engl. *Discrete Phase Model*) ne može se koristiti s *VOF* modelom ako je omogućena opcija dijeljenja memorije.

Model se u *FLUENT*-u obično koristi za računanje nestacionarnog strujanja, ali i za probleme stacionarnog strujanja. Za stacionarno strujanje se koristi samo kada je rješenje neovisno o početnim uvjetima i postoje različite granice priljeva za pojedine faze. Na primjer, budući da oblik slobodne površine unutar rotirajuće šalice ovisi o početnoj razini tekućine taj se problem rješava pomoću vremenski ovisne formulacije. S druge strane protok vode u kanalu s regijom zraka na vrhu i odvojenim ulazom za zrak može se rješavati kao stacionarni problem.

*VOF* formulacija se oslanja na činjenicu da se dvije ili više tekućina (ili faza) ne miješaju. Za svaku novu fazu koju dodajemo u model uvodi se varijabla: volumni udio te faze u računalnoj ćeliji. U svakom kontrolnom volumenu, volumni udjeli svih faza jednaki su jedinici. Polja za sve varijable i svojstva dijele se po fazama i predstavljaju vrijednosti uprosječene po volumenu, sve dok je volumni udio svake faze poznat za svaku lokaciju. Stoga su varijable i svojstva u bilo kojoj danoj ćeliji ili reprezentativne za jednu od faza ili predstavljaju mješavinu faza ovisno o volumnim udjelima. Drugim riječima, ako je udio volumena fluida  $q^{th}$  u ćeliji označen s  $\alpha_q$ , moguća su sljedeća tri uvjeta:

- $\alpha_q = 0$  : ćelija je prazna (fluidom  $q^{th}$ )
- $\alpha_q = 1$  : ćelija je puna (fluidom  $q^{th}$ )
- $0 < \alpha_q < 1$  : ćelija sadrži sučelje između fluida  $q^{th}$  i jednog ili više drugih fluida.

Na temelju lokalne vrijednosti  $\alpha_q$ , odgovarajuća svojstva i varijable biti će dodijeljene svakom kontrolnom volumenu unutar domene.

## 3.2. Jednadžba kontinuiteta za pojedinu fazu

Praćenje sučelja između pojedinih faza dobiva se rješavanjem jednadžbe kontinuiteta za volumni udio jedne ili više faza. Za fazu  $q^{th}$ , jednadžba kontinuiteta ima sljedeći oblik:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}), \quad (3.1)$$

gdje  $\dot{m}_{qp}$  predstavlja prijenos mase od faze  $q$  do faze  $p$  i  $\dot{m}_{pq}$  predstavlja prijenos mase od faze  $p$  do faze  $q$ . Izvorski član na desnoj strani jednadžbe  $S_{\alpha_q}$  jednak je 0, ali može se odrediti kao konstantan ili korisnički definiran maseni izvor za svaku fazu. Jednadžba kontinuiteta neće biti riješena za primarnu fazu, volumni udio primarne faze izračunat će se na temelju sljedećeg uvjeta:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1. \quad (3.2)$$

Jednadžba kontinuiteta može se riješiti bilo implicitnom ili eksplicitnom diskretizacijom vremena.

### 3.2.1. Implicitna shema diskretizacije konvektivnog člana

Kod korištenja implicitne sheme za diskretizaciju konvektivnog člana, koriste se *FLUENT*-ove standardne interpolacijske sheme konačnih razlika, *QUICK*, uzvodna shema diferencije drugog i prvog reda (engl. *Upwind*), a modificirane *HRIC* sheme koriste se za sve ćelije uključujući i one u blizini sučelja.

$$\frac{\alpha_q^{n+1} \rho_q^{n+1} - \alpha_q^n \rho_q^n}{\Delta t} V + \sum_f (\rho_q^{n+1} U_f^{n+1} \alpha_{q,f}^{n+1}) = \left[ S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \right] V \quad (3.3)$$

Budući da ova jednadžba zahtijeva vrijednosti volumnih udjela u trenutnom vremenskom koraku (a ne na prethodnom koraku kao eksplicitna shema), standardna skalarna transportna jednadžba je iterativno riješena za svaku od sekundarnih faza u svakom vremenskom trenutku. Implicitna shema može se koristiti i za računanje nestacionarnih, ali i stacionarnih problema.

### 3.2.2. Eksplicitna shema diskretizacije konvektivnog člana

U eksplicitnom pristupu, *FLUENT*-ove standardne interpolacijske sheme konačnih razlika primjenjuju se na volumne udjele koji su izračunati u prethodnom vremenskom trenutku.

$$\frac{\alpha_q^{n+1}\rho_q^{n+1} - \alpha_q^n\rho_q^n}{\Delta t} + \sum_f (\rho_q U_f^n \alpha_{q,f}^n) = \left[ \sum_{p=1}^n (m_{pq} - m_{qp}) + S_{\alpha_q} \right] V \quad (3.4)$$

$n + 1$  = indeks za novi (trenutni) vremenski korak

$n$  = indeks za prethodni vremenski korak

$\alpha_{q,f}$  = nominalna vrijednost volumnog udjela izračunata pomoću neke sheme

$V$  = volumen ćelije

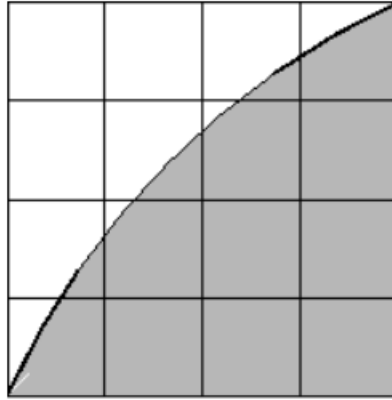
$U_f$  = volumni protok kroz površinu temeljen na normalnoj brzini

Ova shema ne zahtijeva iterativno rješavanje transportne jednadžbe tijekom svakog vremenskog koraka kao kod implicitne sheme. Kod eksplicitne metode mora se izračunati vremenski ovisno rješenje. Kod korištenja eksplicitne sheme protok kroz stranicu se može odrediti korištenjem rekonstrukcije sučelja ili pomoću sheme diskretizacije konačnih volumena.

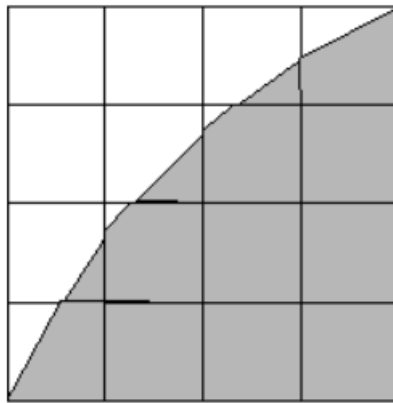
U *FLUENT*-u se za rekonstrukciju sučelja koriste sljedeće sheme *Geo-Reconstruct* i *Donor-Acceptor*. Sheme diskretizacije koje su dostupne uz eksplicitnu shemu za VOF su: uzvodna shema prvog i drugog reda, *CICSAM*, modificirana *HRIC* i *QUICK* shema.

### 3.2.3. Interpolacija u blizini sučelja

Diskretizacija primjenom metode kontrolnih volumena zahtijeva izračunavanje konvektivnih i difuzijskih tokova kroz stranice kontrolnog volumena. U geometrijskoj rekonstrukciji i akceptor-donor shemama, *FLUENT* primjenjuje poseban interpolacijski tretman na stranicama ćelija koje se nalaze u blizini sučelja između dviju faza. Na slici 3.1 prikazan je stvaran oblik sučelja, dok sljedeće dvije slike 3.2 i 3.3 prikazuju pretpostavljena sučelja tijekom izračunavanja pomoću ove dvije metode.



Slika 3.1: Stvarni oblik sučelja [4]



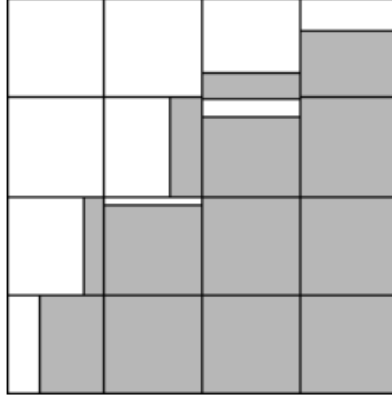
Slika 3.2: Oblik sučelja nakon geometrijske rekonstrukcije [4]

### 3.3. Svojstva materijala

Svojstva koja se pojavljuju u transportnim jednadžbama određena su volumnim udjelima pojedinih faza u svakom kontrolnom volumenu. Na primjer, u dvofaznom sustavu ako su faze definirane indeksima 1 i 2 i pratimo volumni udio druge faze, gustoća u svakoj od ćelija iznosi:

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1. \quad (3.5)$$

Općenito za sustav s  $n$  faza, gustoća prosječnog volumnog udjela iznosi:



Slika 3.3: Oblik sučelja kod korištenja akceptor-donator sheme [4]

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q. \quad (3.6)$$

Sva druga svojstva također se izračunavaju na ovaj način (npr. viskoznost).

### 3.4. Jednadžba količine gibanja

Zajednička jednadžba količine gibanja rješava se za cijelu domenu, a dobiveno polje brzine podijeljeno je među fazama. Jednadžba količine gibanja prikazana je sljedećom jednadžbom i ovisi o volumnim udjelima svih faza preko svojstava gustoće  $\rho$  i viskoznosti  $\mu$ .

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla [\mu(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (3.7)$$

Jedno od ograničenja je u slučajevima gdje postoje velike razlike u brzinama između faza, što može negativno utjecati na točnost izračuna brzina u blizini sučelja. Pri omjerima viskoznosti većim od  $1 \cdot 10^3$  dolazi do poteškoća kod konvergencije. Da bi se riješio problem konvergencije kod faza s visokim omjerom viskoznosti koristi se *CICSAM* (engl. *compressive interface capturing scheme for arbitrary meshes*) shema.

### 3.5. Energetska jednadžba

U nastavku je prikazana energetska jednadžba koja se također dijeli po fazama.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) + S_h. \quad (3.8)$$

VOF model tretira energiju  $E$  i temperaturu  $T$  kao varijable uprosječene po masi:

$$E = \frac{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q E_q}{\sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q}, \quad (3.9)$$

gdje se  $E_q$  za pojedinu fazu temelji na specifičnoj toplini te faze i zajedničkoj temperaturi.

Svojstva  $\rho$  i  $k_{eff}$  (efektivna toplinska vodljivost) dijele se po fazama. Izvorski član  $S_h$  sadrži doprinose zračenja kao i bilo koji drugi volumetrijski izvor topline.

Kao i kod polja brzine, točnost temperature u blizini sučelja je ograničena u slučajevima gdje postoje velike razlike u temperaturi između faza. Takvi problemi nastaju u slučajevima kad se svojstva razlikuju za nekoliko redova veličine. Na primjer, ako model uključuje tekući metal u kombinaciji sa zrakom, vodljivost materijala može se razlikovati za četiri reda veličine. Tako velika odstupanja u svojstvima dovode do skupova jednadžbi s anizotropnim koeficijentima, što može dovesti do problema s konvergencijom i ograničene točnosti.

### 3.6. Otvoreni tok u kanalu

*FLUENT* može modelirati višefazno strujanje kroz otvoreni kanal (engl. *open channel flow*) (npr. rijeke, brane u neograničenom toku) pomoću *VOF* formulacije i rubnih uvjeta otvorenog kanala. Ti tokovi uključuju postojanje slobodne površine između tekuće faze i faze iznad nje (općenito atmosfera). U takvim slučajevima propagacija valova i slobodno ponašanje površine postaju važni. Tok je općenito pod utjecajem sila gravitacije i inercije. Ova se mogućnost uglavnom primjenjuje za morske aplikacije i analizu protoka kroz sustave odvodnje.

Za definiranje strujanja u otvorenom kanalu koristi se bezdimenzijska značajka Froude-ov broj  $Fr$ , koja se definira kao odnos sile inercije i hidrostatske sile:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}}, \quad (3.10)$$

gdje  $V$  predstavlja iznos brzine,  $g$  je gravitacija i  $y$  mjera duljine, u ovom slučaju udaljenost od dna kanala do slobodne površine. Nazivnik u prethodnoj jednadžbi predstavlja brzinu propagacije vala. Brzina vala, kako je vidi mirujući promatrač, definira se kao:

$$V_W = V \pm \sqrt{gy}. \quad (3.11)$$

Na temelju Froudeovog broja strujanje kroz otvoreni kanal može se svrstati u tri kategorije:

- Kada je  $Fr < 1$ , tj.  $V < \sqrt{gy}$  (stoga  $V_W < 0$ ) strujanje je podkritično i poremećaji mogu ići uzvodno i nizvodno. U tom slučaju nizvodni uvjeti mogu utjecati na protok uzvodno.
- Kada je  $Fr = 1$ , tj.  $V = \sqrt{gy}$  (stoga  $V_W = 0$ ) strujanje je kritično, pri čemu uzvodni valovi širenja ostaju nepokretni.
- Kada je  $Fr > 1$ , tj.  $V > \sqrt{gy}$  (stoga  $V_W > 0$ ) strujanje je nadkritično gdje poremećaji ne mogu putovati uzvodno. U tom slučaju nizvodni uvjeti ne utječu na protok uzvodno.

## 3.7. Rubni uvjeti na ulazu

Kod otvorenih kanala postoje dva načina zadavanja rubnih uvjeta na ulazu:

- ulazni tlak
- ulazni maseni protok

### 3.7.1. Ulazni tlak

Ukupni tlak na ulazu  $p_0$  dan je sljedećim izrazom:



$$p_0 = \frac{1}{2}(\rho - \rho_0)V^2 + (\rho - \rho_0)|\vec{g}|(\hat{g} \cdot (\vec{b} - \vec{a})), \quad (3.12)$$

gdje su  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  vektori koji opisuju centar stranice ćelije i bilo koju točku na slobodnoj površini, pretpostavlja se da je slobodna površina horizontalna i okomita na smjer gravitacije.  $\vec{g}$  je gravitacijski vektor,  $|\vec{g}|$  je gravitacijska veličina,  $\hat{g}$  je jedinični vektor gravitacije,  $V$  je iznos brzine,  $\rho$  je gustoća smjese u ćeliji i  $\rho_0$  je referentna gustoća.

Dinamički tlak

$$q = \frac{\rho - \rho_0}{2}V^2, \quad (3.13)$$

i statički tlak

$$p_s = (\rho - \rho_0)|\vec{g}|(\hat{g} \cdot (\vec{b} - \vec{a})), \quad (3.14)$$

što se može dodatno proširiti

$$p_s = (\rho - \rho_0)|\vec{g}|((\hat{g} \cdot \vec{b}) + y_{local}), \quad (3.15)$$

gdje je udaljenost od slobodne površine do referentnog položaja

$$y_{local} = -(\vec{a} \cdot \hat{g}). \quad (3.16)$$

### 3.7.2. Maseni protok na ulazu

Maseni protok za svaku fazu u strujanju otvorenim kanalom, glasi:

$$\dot{m}_{phase} = \rho_{phase}(Area_{phase})(Velocity). \quad (3.17)$$

### 3.7.3. Specificiranje volumnih udjela

Kod toka otvorenim kanalom, *FLUENT* interno izračunava volumni udio na temelju ulaznih parametara postavljenih u panelu-rubni uvjeti, pa je ova opcija onemogućena. Za podkritične ulazne tokove ( $Fr < 1$ ), *FLUENT* rekonstruira vrijednosti volumnih udjela na granici pomoću vrijednosti iz susjednih ćelija. To se može postići na sljedeći način:

- Izračunajte čvorne vrijednosti volumnih udjela na granici pomoću vrijednosti iz ćelije.
- Izračunajte volumni udio na svakoj stranici granice pomoću interpoliranih vrijednosti čvora.

Za nadkritične ulazne tokove ( $Fr > 1$ ), vrijednost volumnih udjela na granici može se izračunati pomoću fiksne visine slobodne površine od dna.

## 3.8. Rubni uvjeti na izlazu

### 3.8.1. Izlazni tlak

Određivanje statičkog tlaka ovisi metodi specifikacije tlaka. Koristeći visinu slobodne površine, statički tlak određen je jednadžbama 3.14 i 3.16, inače se statički tlak određuje kao pretlak.

Za podkritične izlazne tokove ( $Fr < 1$ ), ako postoje samo dvije faze, tlak se uzima iz tlačnog profila određenog na granici, ako ima više faza tlak se uzima iz susjedne ćelije.

Za nadkritične izlazne tokove ( $Fr > 1$ ), tlak se uvijek uzima iz susjedne ćelije.

### 3.8.2. Granica na kojoj tok izlazi (engl. *outflow boundary*)

Ovaj rubni uvjet može se koristiti na izlazu toka otvorenog kanala kod problema strujanja gdje detalji brzine i tlaka nisu poznati prije rješavanja samog problema. Ako su uvjeti na izlaznoj granici nepoznati, tada *FLUENT* ekstrapolira tražene podatke iz unutrašnjosti.

Ograničenja ovog tipa rubnih uvjeta su:

- Možete koristiti samo jednu ovakvu granicu na izlazu, što se postiže postavljanjem ponderacije brzine protoka na 1. Drugim riječima, odvajanje toka nije dopušteno u tokovima otvorenog kanala s ovakvom izlaznom granicom.

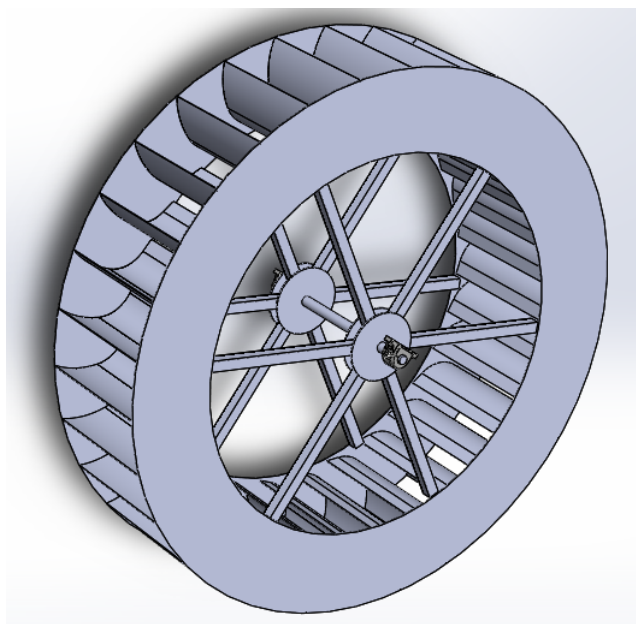
- U simulaciji bi trebalo postojati početno polje strujanja kako bi se izbjegli problemi konvergencije uslijed povratnog strujanja na izlazu, što će rezultirati nepouzdanim rješenjem.
- Rubni uvjet izlazne granice može se koristiti samo kada se koristi rubni uvjet masenog protoka na ulazu. Nije kompatibilan s rubnim uvjetima ulaznog i izlaznog tlaka. Na primjer, ako na ulazu zadamo ulazni tlak, možemo zadati samo izlazni tlak na izlazu. Ako zadamo maseni protok na ulazu, na izlazu možemo zadati ili izlazni tlak ili uvjet izlazne granice. To vrijedi samo za strujanje otvorenog kanala.
- Ovaj rubni uvjet pretpostavlja da je protok potpuno razvijen u smjeru okomito na površinu granice. Stoga takve površine treba postaviti u skladu s tim.

### **3.8.3. Određivanje volumnih udjela povratnog toka**

*FLUENT* interno izračunava vrijednosti volumnih udjela na izlaznoj granici pomoću susjednih vrijednosti ćelija, stoga je ova opcija onemogućena.

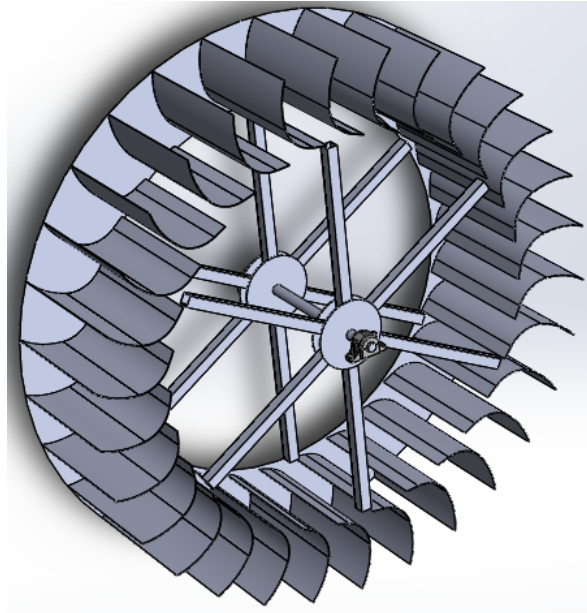
## 4 Model vodeničkog kola

Model kola je izrađen prema ulaznim parametrima i geometrijskim značajkama dobivenim proračunom korištenjem programskog paketa *SOLIDWORKS*. Model kola je prikazan u različitim pogledima na slikama [4.1](#), [4.2](#), [4.3](#) i [4.4](#).

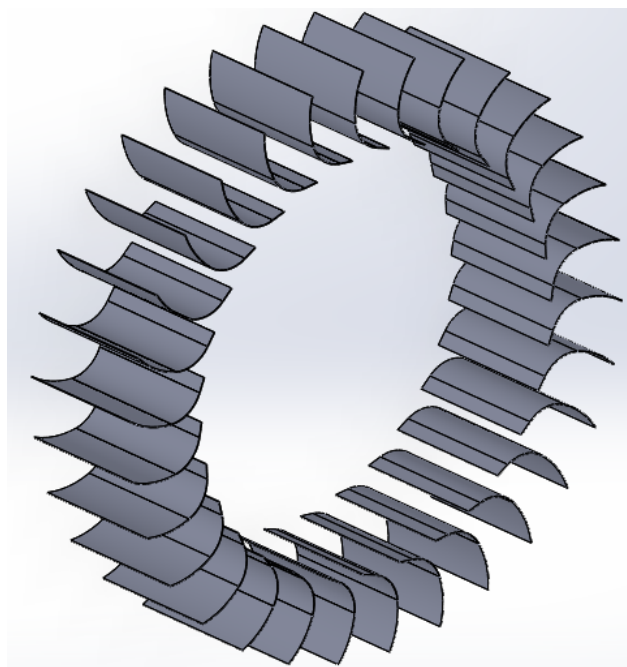


Slika 4.1: Izometrijski prikaz geometrije kola [6]

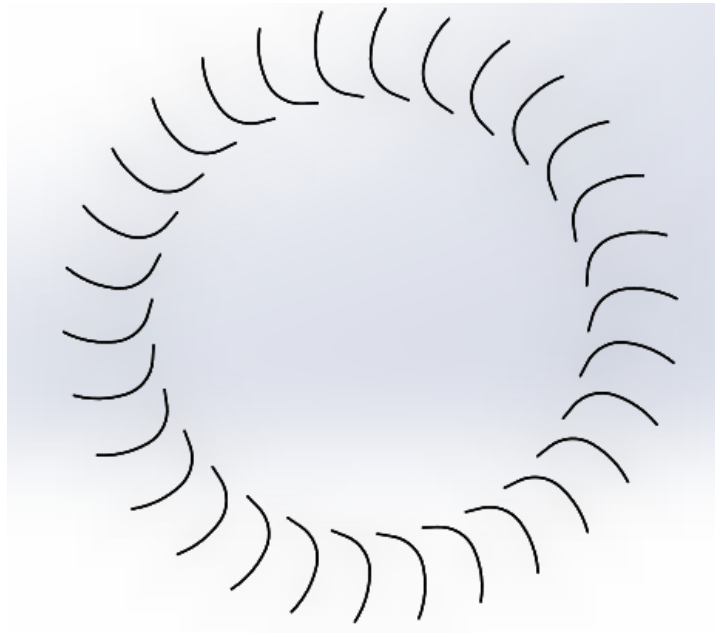
Budući da je kolo velikih dimenzija te zbog ograničenih računalnih resursa rađena je simulacija strujanja na 2D modelu kola. Na slici [4.5](#) prikazan je 2D model jednog lopatičnog kanala. Slika [4.6](#) prikazuje 2D model samog kola s 30 lopatica koji je korišten za simulaciju.



Slika 4.2: Izometrijski prikaz kola bez prednje ploče [6]



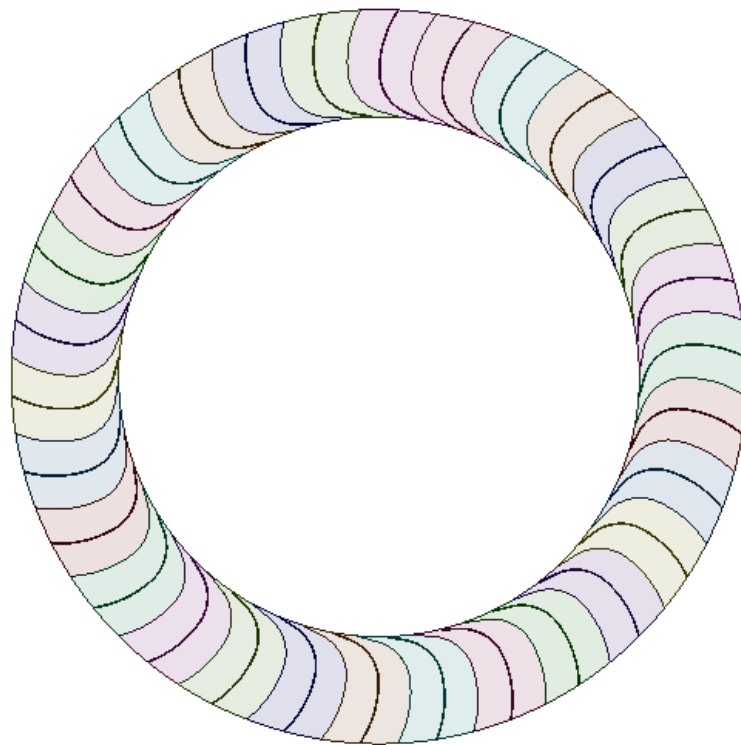
Slika 4.3: Izometrijski prikaz lopatica [6]



Slika 4.4: Prikaz lopatica u nacrtu [6]



Slika 4.5: Prikaz površine jednog međulopatičnog kanala [6]



Slika 4.6: Prikaz 2D modela kola za simulaciju

## 5 | Numerički model

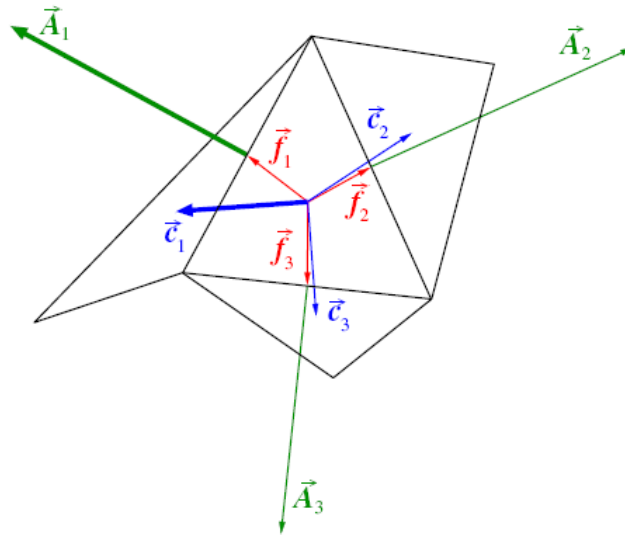
### 5.1. Diskretizacija

Diskretizacija prostorne domene simulacije strujanja provedena je u alatu *ANSYS MESH*. Na slikama 5.2, 5.3, 5.4 i 5.5 prikazana je računalna domena koja se sastoji od 3 zone. Dvije zone miruju dok treća, koja predstavlja kolo, rotira konstantnom kutnom brzinom  $\omega$ . Zone su prostorno diskretizirane s 95953 kontrolna volumena. U tablicama 5.1, 5.2 i 5.3 dani su parametri mreže. *Orthogonal Quality* 5.1 se računa pomoću normalnog vektora stranice, vektora iz središta ćelije na središte svake od susjednih ćelija i vektora iz središta ćelije na svaku od stranica. Raspon za ortogonalnu kvalitetu je između 0 i 1, gdje je vrijednost 0 najgora i vrijednost 1 najbolja. *Skewness* je jedna od primarnih mjera za mrežu. *Skewness* određuje koliko je stranica ili ćelija slična idealnoj (jednakostranična ili jednakokutna). Prema gornjoj definiciji, vrijednost 0 označava jednakostraničnu ćeliju (najbolje), a vrijednost 1 označava potpuno degeneriranu ćeliju (najgore). Takve ćelije su karakterizirane čvorovima koji su skoro komplanarni (kolinearni u 2D).<sup>[7]</sup>

Tablica 5.1: **Parametri kvalitete mreže kola**

Orthogonal Quality	0.96991
Skewness	0.14844





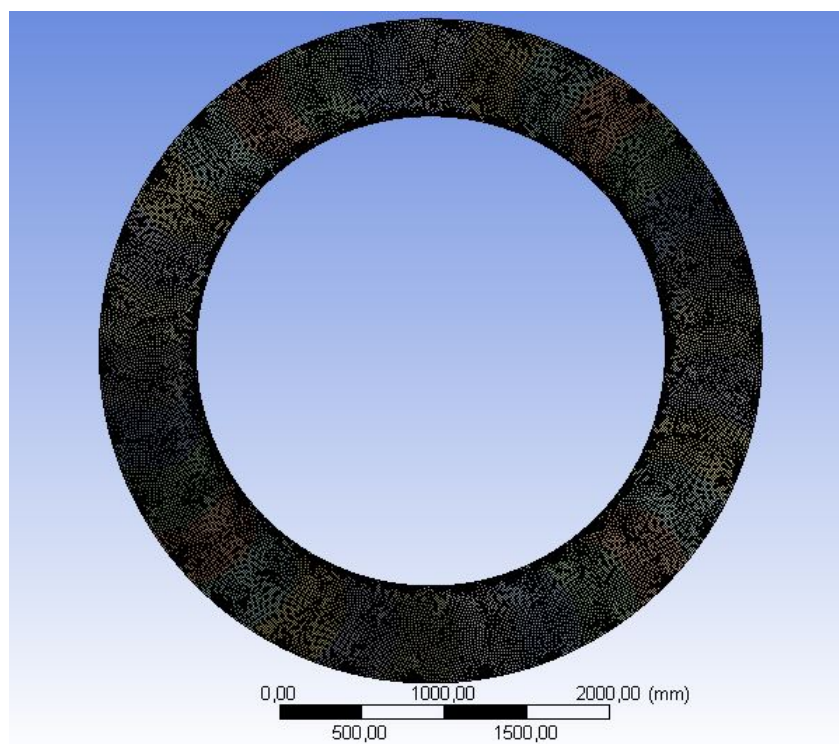
Slika 5.1: Vektori korišteni za izračunavanje ortogonalne kvalitete [7]

Tablica 5.2: Parametri kvalitete mreže vanjska domena

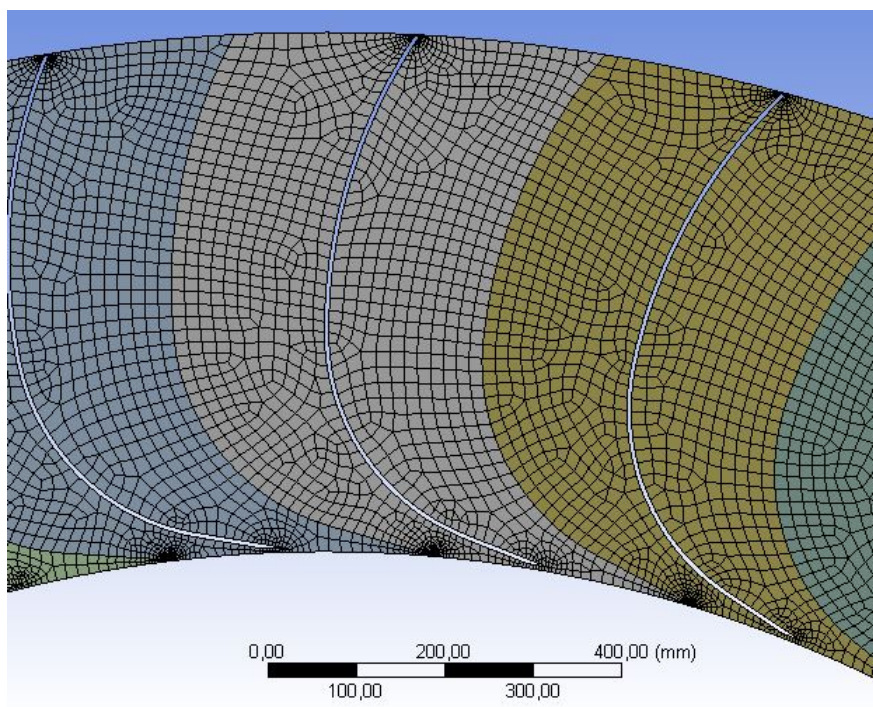
Orthogonal Quality	0.9956
Skewness	$2.5635 \cdot 10^{-2}$

Tablica 5.3: Parametri kvalitete mreže unutarnja domena

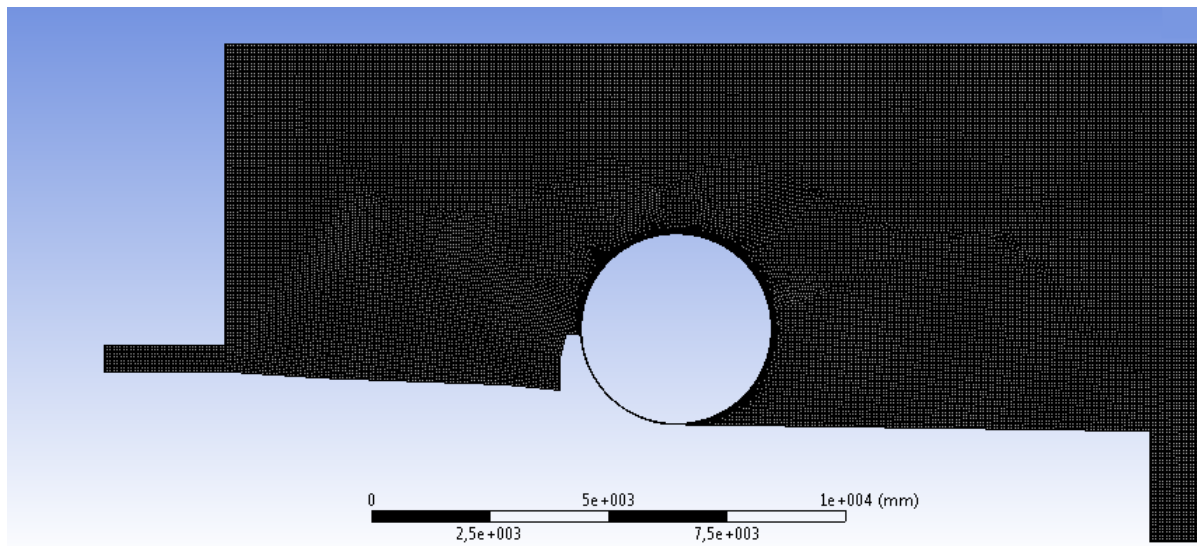
Orthogonal Quality	0.97009
Skewness	0.16777



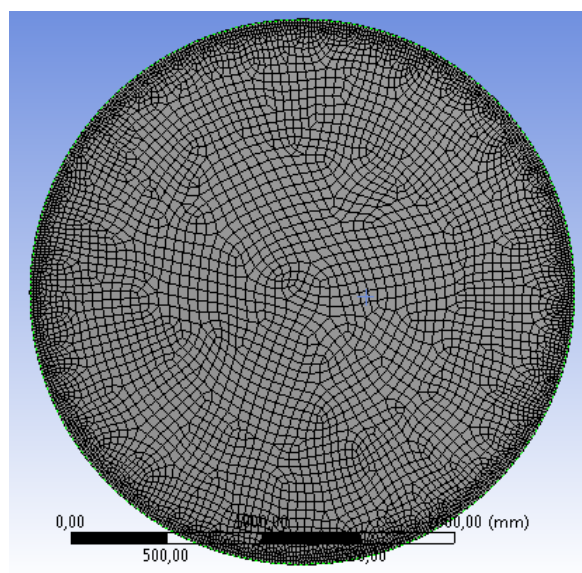
Slika 5.2: Prikaz prostorne diskretizacije kola



Slika 5.3: Prikaz prostorne diskretizacije u blizini lopatice



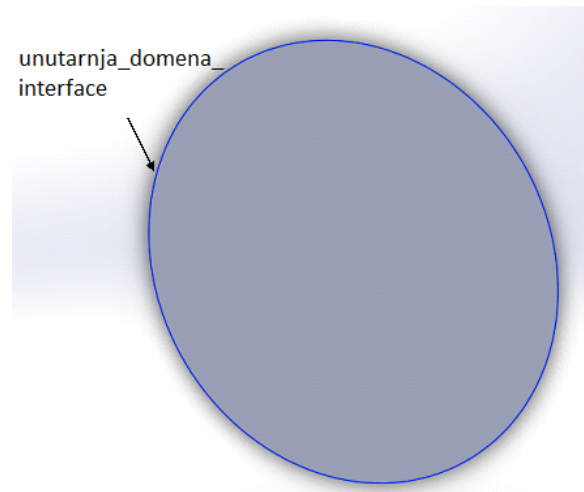
Slika 5.4: Prikaz prostorne diskretizacije domene oko kola



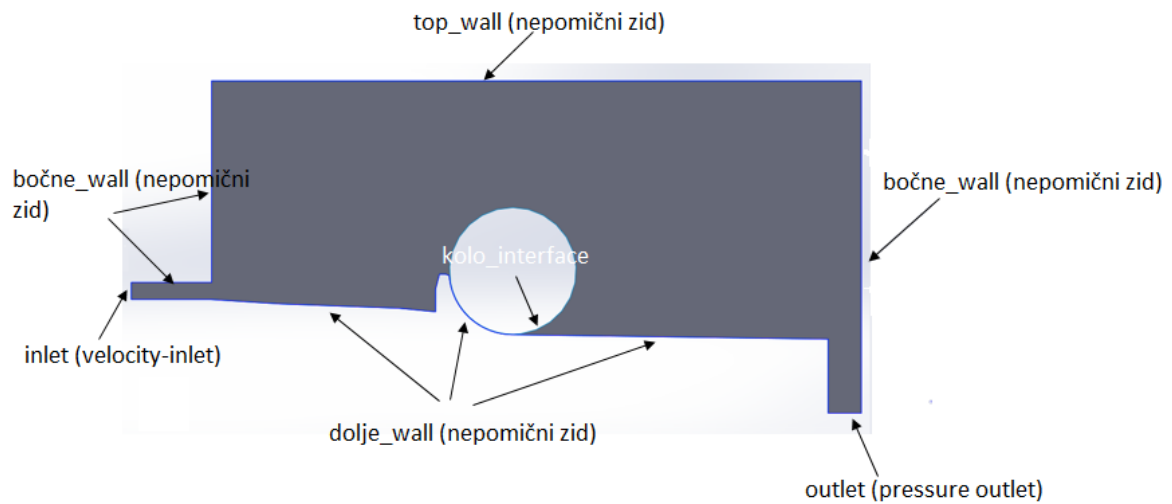
Slika 5.5: Prikaz prostorne diskretizacije domene unutar kola

## 5.2. Rubni uvjeti

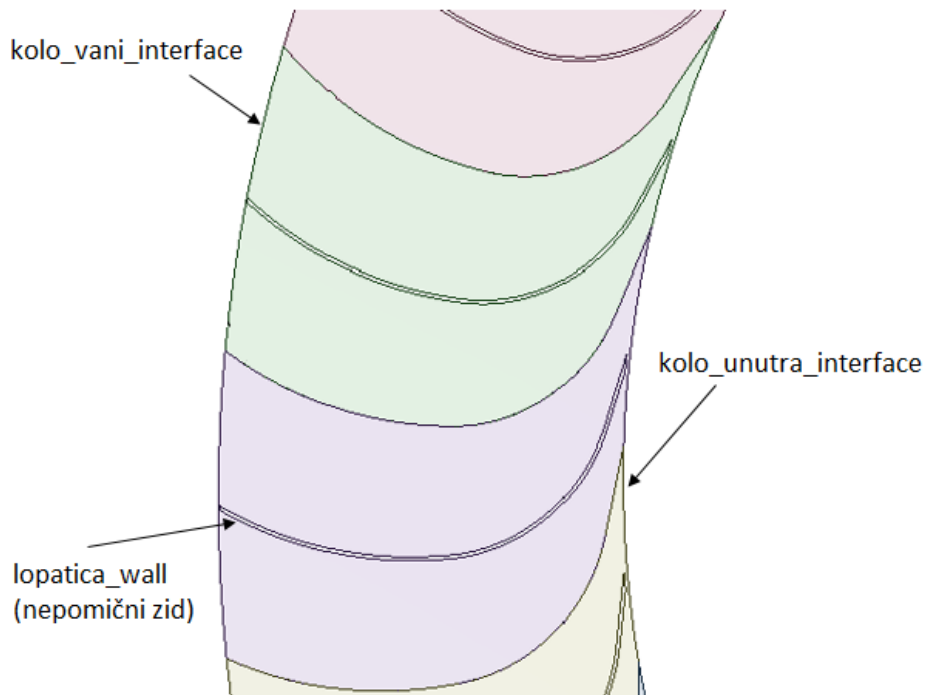
Na slikama 5.6, 5.8 i 5.7 prikazane su rubne stranice zajedno s pripadnim rubnim uvjetima.



Slika 5.6: Prikaz rubnih stranica unutarnje domene



Slika 5.7: Prikaz rubnih stranica vanjske domene



Slika 5.8: Prikaz rubnih stranica kola

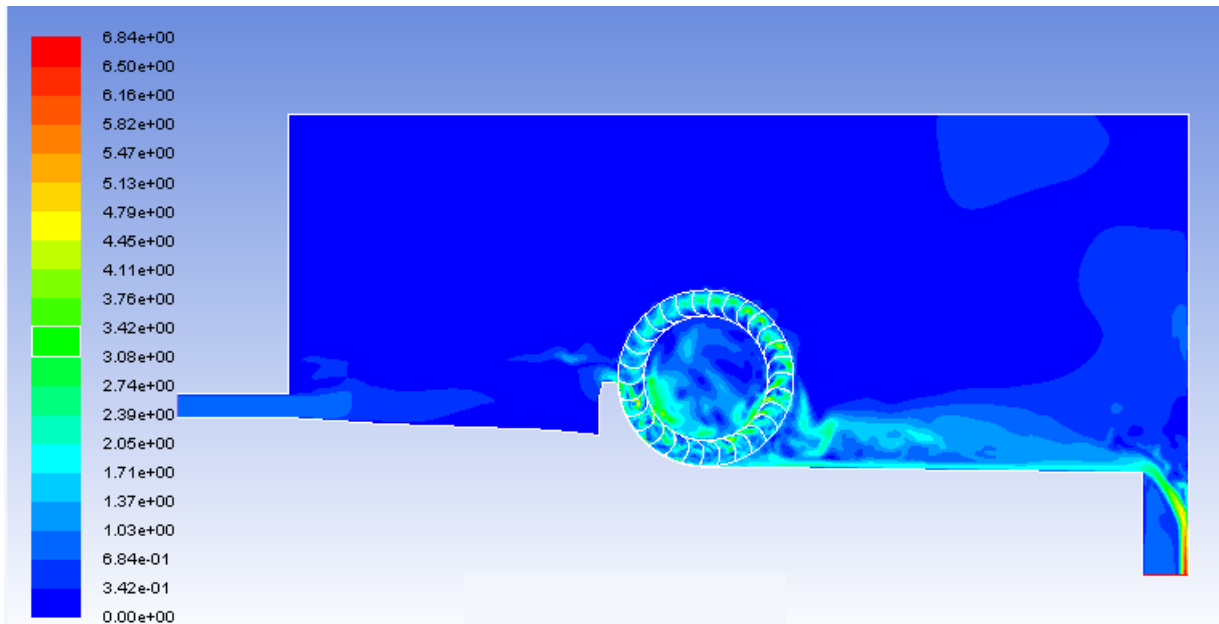
### 5.3. Numeričke postavke proračuna

Korišten je dvofazni *VOF* model. Prva faza je zrak, a druga voda. Pošto se radi o strujanju kroz kanal širine 1.2 m korišten je *FLUENT*-ov model strujanja kroz otvoreni kanal s implicitnom shemom diskretizacije. Korišten je standardni  $k - \omega$  SST model turbulencije sa standardnim zidnim funkcijama. Model je polu-empirijski, a temelji se na transportnoj jednažbi za turbulentnu kinetičku energiju  $k$  te transportnoj jednažbi za disipaciju kinetičke energije  $\omega$ . Transportna jednažba za  $k$  je izvedena analitički, dok je transportna jednažba za  $\omega$  polu-empirijska. Model vrijedi u potpuno turbulentnom režimu strujanja, pa su tako efekti molekularne viskoznosti zanemarivi, što ograničava njegovu uporabu.

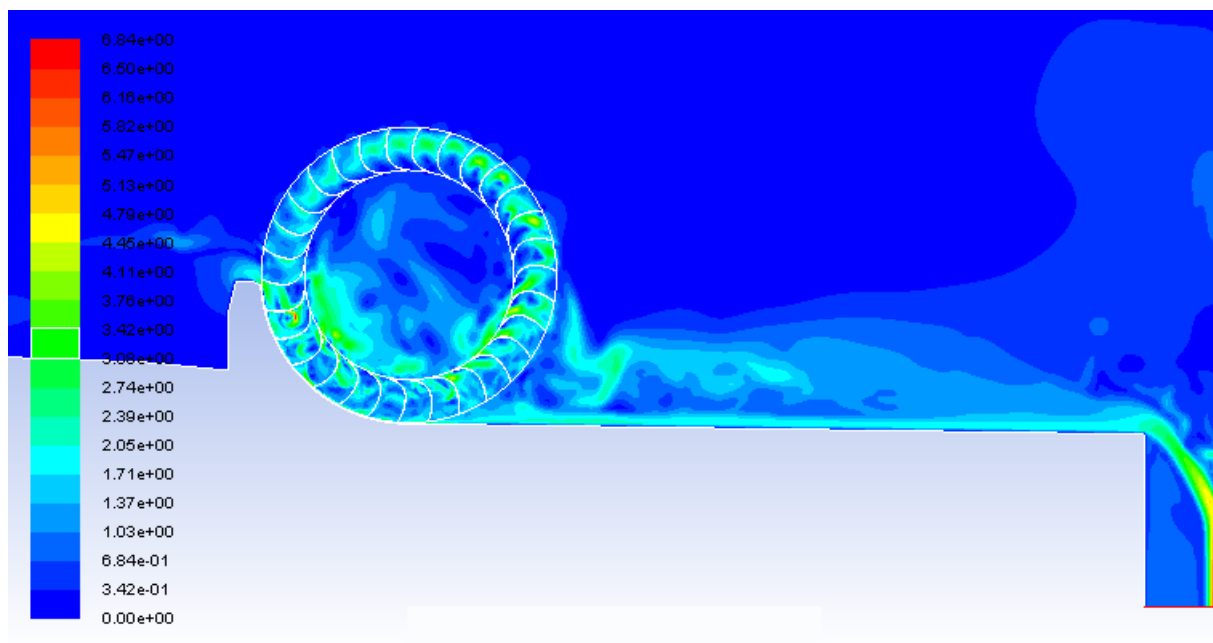
Preko kola struji voda čija je gustoća  $\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$ , a viskoznost  $\mu = 0.001003 \text{ kg/(ms)}$ . Oko kola nalazi se zrak čija je gustoća  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ , a viskoznost  $\mu = 0.000017894 \text{ kg/(ms)}$ . Svojstva vode i zraka su preuzeta iz *FLUENT*-ove baze mate-

rijala. Za ostvarivanje sprega između tlaka i brzine korišten je *PISO* algoritam. Za računanje gradijenata u centrima ćelija korištena je *Least Square Cell Based* shema, za tlak je korištena *PRESTO!* shema, za brzinu uzvodna shema drugog reda točnosti, za volumne udjele kompresivna shema, dok je za polja  $k$  i  $\omega$  korištena uzvodna shema prvog reda točnosti.

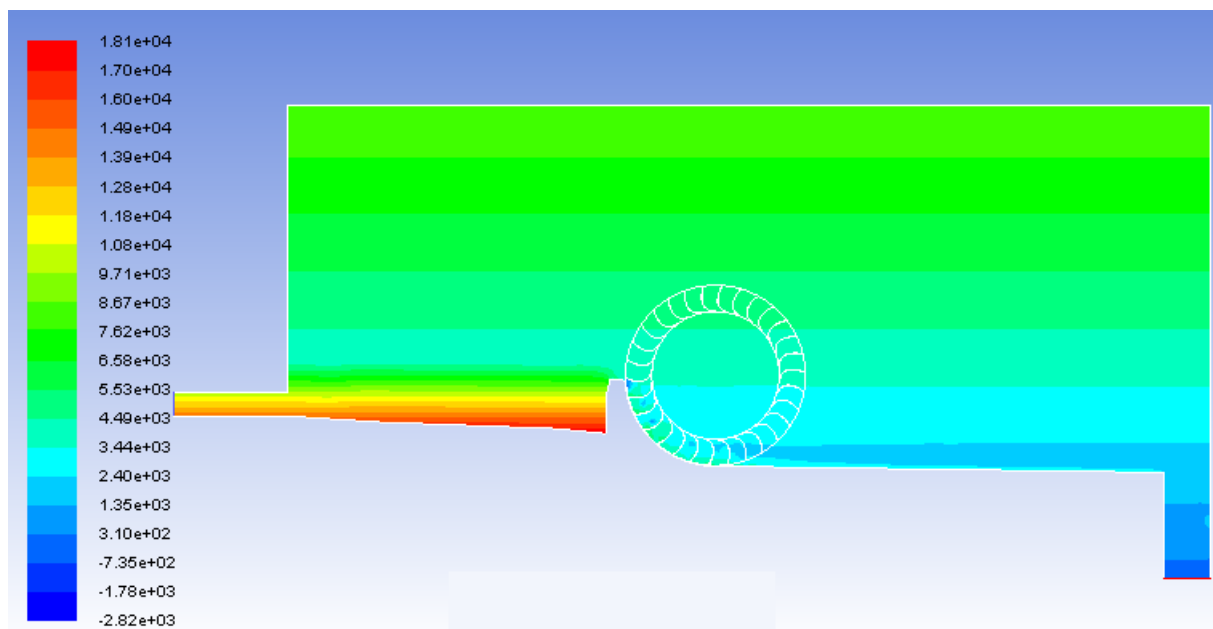
Na ulazu u domenu (inlet) zadana je brzina (rubni uvjet engl. *velocity inlet*) koja je konstantna, prilagođena 2D strujanju, a određena mjerenjem stvarnog protoka na potoku. Na izlazu iz domene (outlet) je zadan statički tlak (rubni uvjet engl. *pressure outlet*) od 0 Pa jer fluid odlazi u okoliš gdje vlada atmosferski tlak. Na rubovima fizičke razdiobe pojedinih mreža spajaju se dvije nekonformne mreže konačnih volumena, pa se zadaje rubni uvjet *grid interface*. Cijela domena podijeljena je u tri zone. Kolo je postavljeno u jednu zonu (engl. *Cell Zone*) i pripadajuća mreža rotira oko osi rotacije zadanom kutnom brzinom. Preostali dio domene sastoji se od dvije zone i njima nije propisano gibanje. Na slikama 5.9 do 5.16 prikazano je polje brzine pri protoku od  $Q = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ . Nadalje je prikazano polje statičkog i totalnog tlaka po domeni, raspodjela faza duž domene te vektori brzine na ulasku vode u samo kolo.



Slika 5.9: Prikaz izračunatog polja brzine

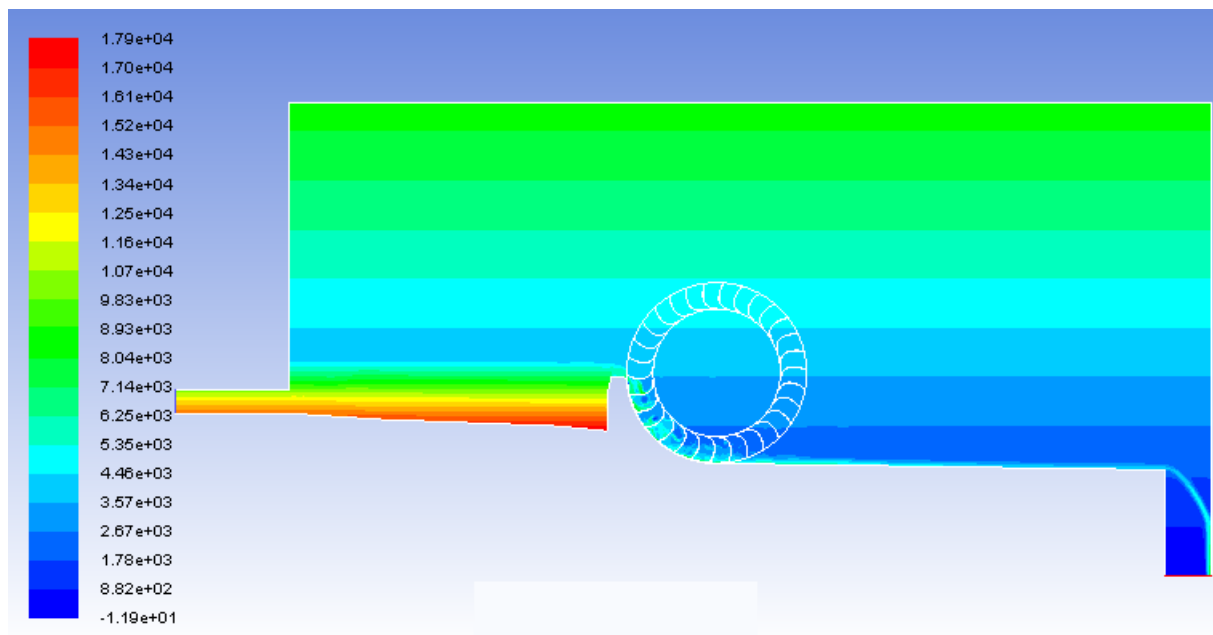


Slika 5.10: Prikaz izračunatog polja brzine u blizini kola

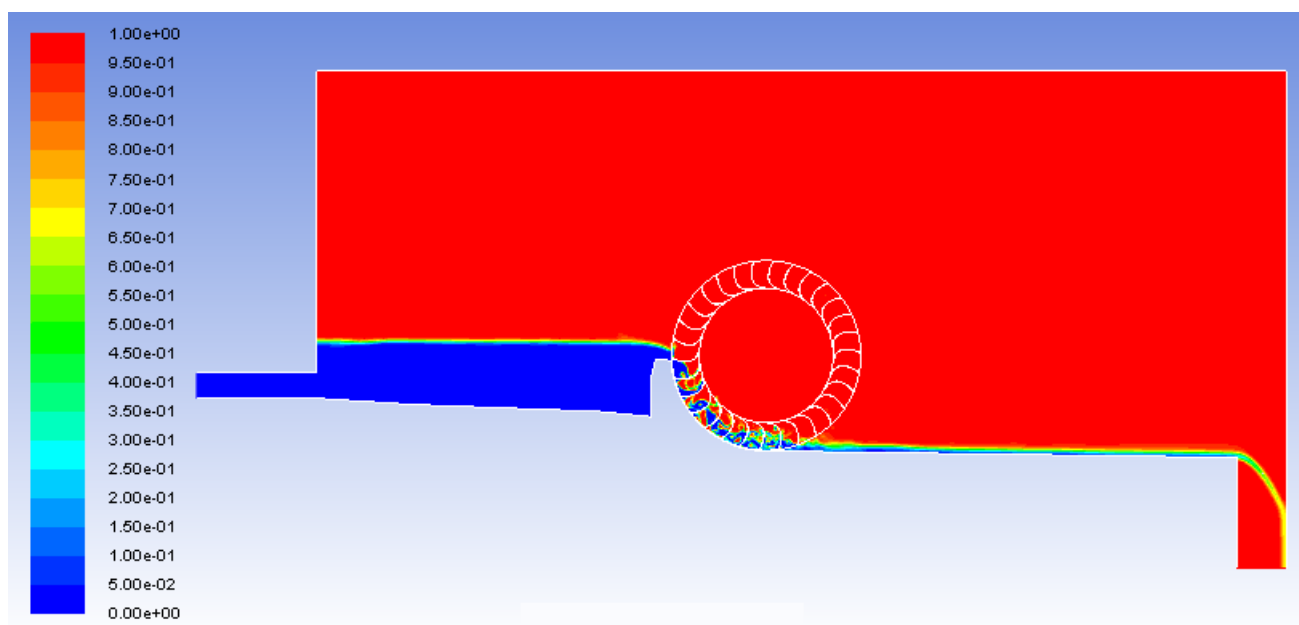


Slika 5.11: Prikaz kontura statičkog tlaka



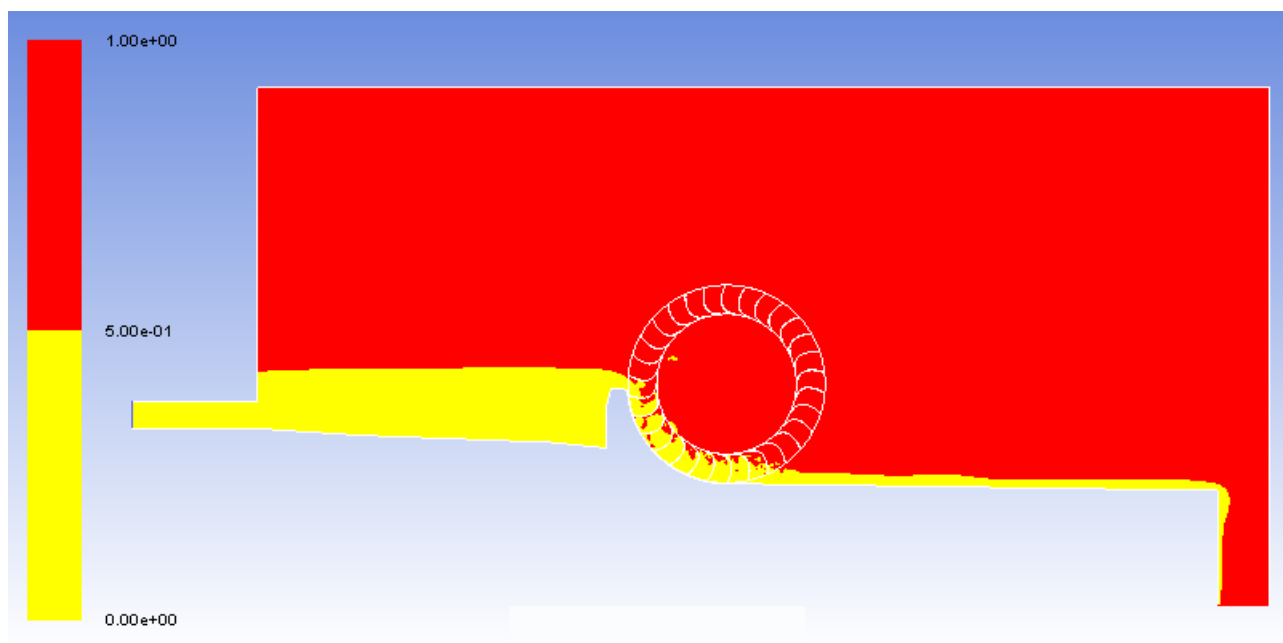


Slika 5.12: Prikaz kontura totalnog tlaka

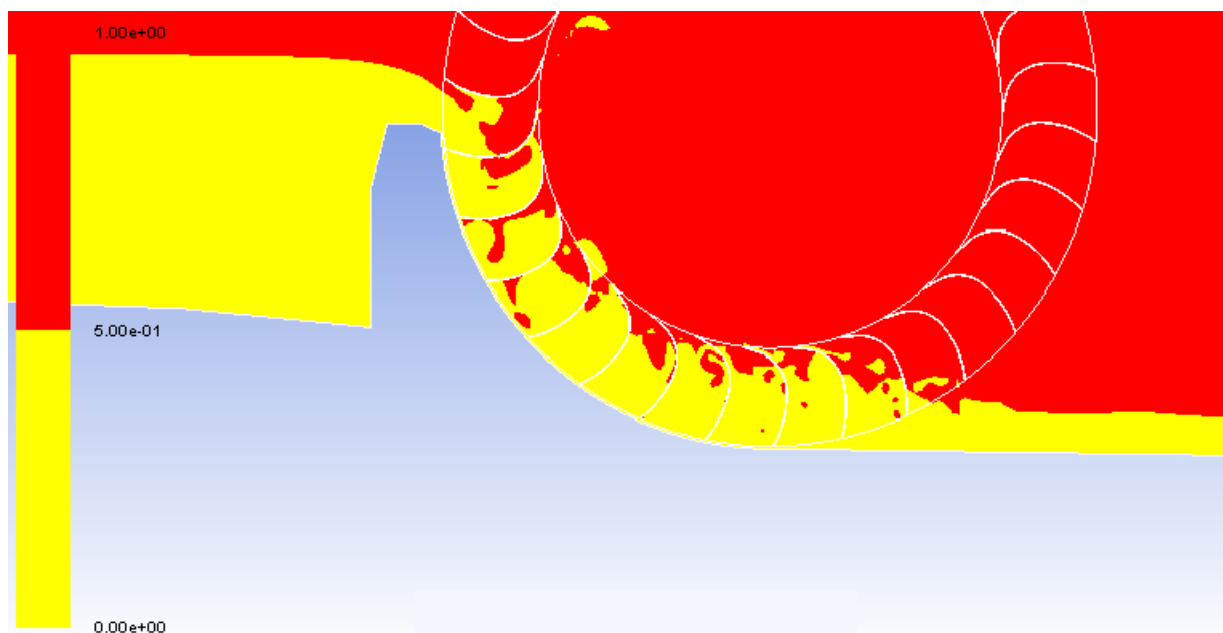


Slika 5.13: Prikaz kontura volumnih udjela pojedine faze

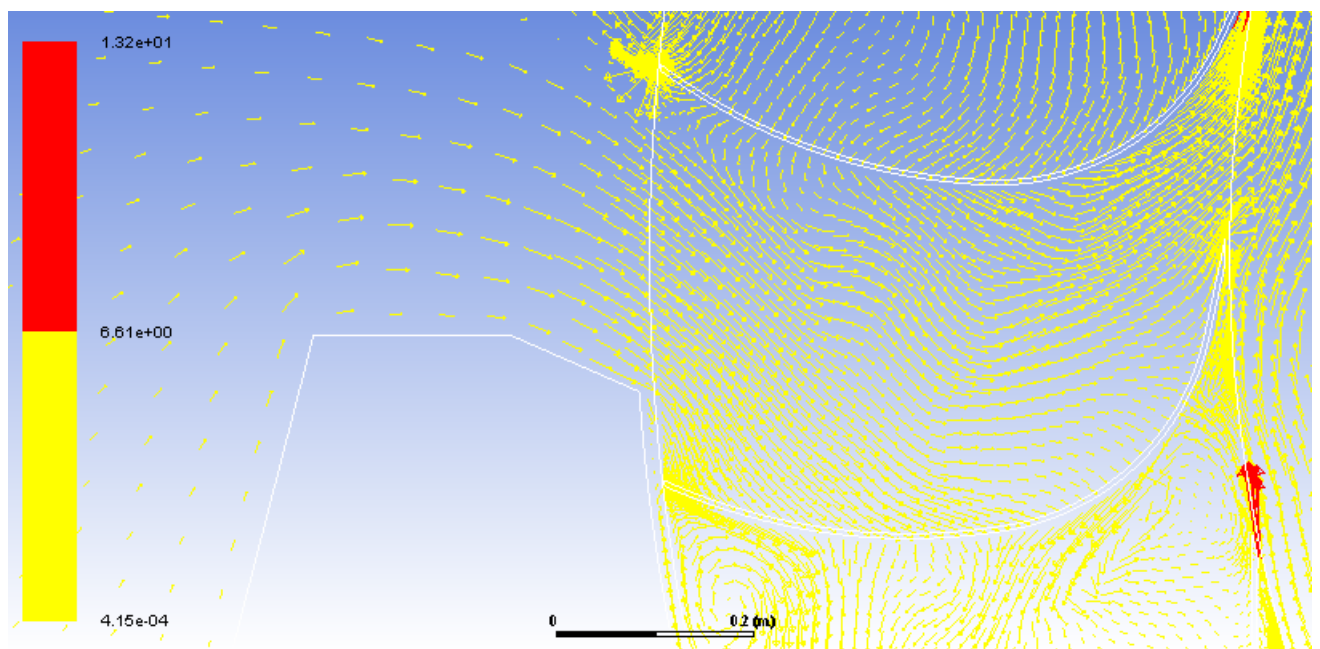




Slika 5.14: Prikaz kontura pojedine faze po domeni



Slika 5.15: Prikaz kontura pojedine faze u samom kolu



Slika 5.16: Prikaz vektora brzine na ulazu vode u kolo

## 6 Rezultati simulacije

Kako bi se odredile karakteristike izlazne snage i efikasnosti, bilo je potrebno napraviti više numeričkih proračuna u kojima je brzina vrtnje kola varirala. Za svaki numerički proračun je bilo potrebno odrediti izlaznu snagu i iskoristivost kola. Ukupna iskoristivost se definira kao omjer između izlazne snage na vratilu stroja i ulazne snage vode. Ovdje nisu modelirani vanjski gubici, pa se ukupna iskoristivost računa prema formuli:

$$\eta = \frac{P_{iz}}{P_{ul}}. \quad (6.1)$$

Ovdje je  $P_{iz}$  izlazna snaga na vratilu stroja dok je  $P_{ul}$  ulazna snaga koju daje voda.

$$P_{iz} = \omega \cdot T, \quad (6.2)$$

$$P_{ul} = Q \cdot H \cdot g \cdot \rho, \quad (6.3)$$

gdje je  $\omega$  kutna brzina koja se računa prema formuli:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \quad (6.4)$$

Kako se radi od 2D simulaciji, a inicijalni protok  $Q = 0.6m^3/s$  je protok za stvarno strujanje kroz kanal, potrebno je izračunati protok i brzinu za 2D slučaj. Protok koji odgovara širini kanala od 1 m (2D model) iznosi: [11]

$$Q_{2D} = Q \cdot \frac{1}{1.2} = 0.6 \cdot \frac{1}{1.2} = 0.5m^3/s. \quad (6.5)$$

Brzina na ulazu 6.1 koja odgovara tom protoku iznosi:

$$A_{ul} = 0.54147 \cdot 1 = 0.54147 m^2, \quad (6.6)$$



Slika 6.1: **Ulazni presjek vode**

$$v = \frac{Q_{2D}}{A_{ul}} = \frac{0.5}{0.54147} = 0.9234 m/s. \quad (6.7)$$

Ulazna snaga iznosi:

$$P_{ul} = 0.5 \cdot 2 \cdot 9.81 \cdot 998.2 = 9792.342 W. \quad (6.8)$$

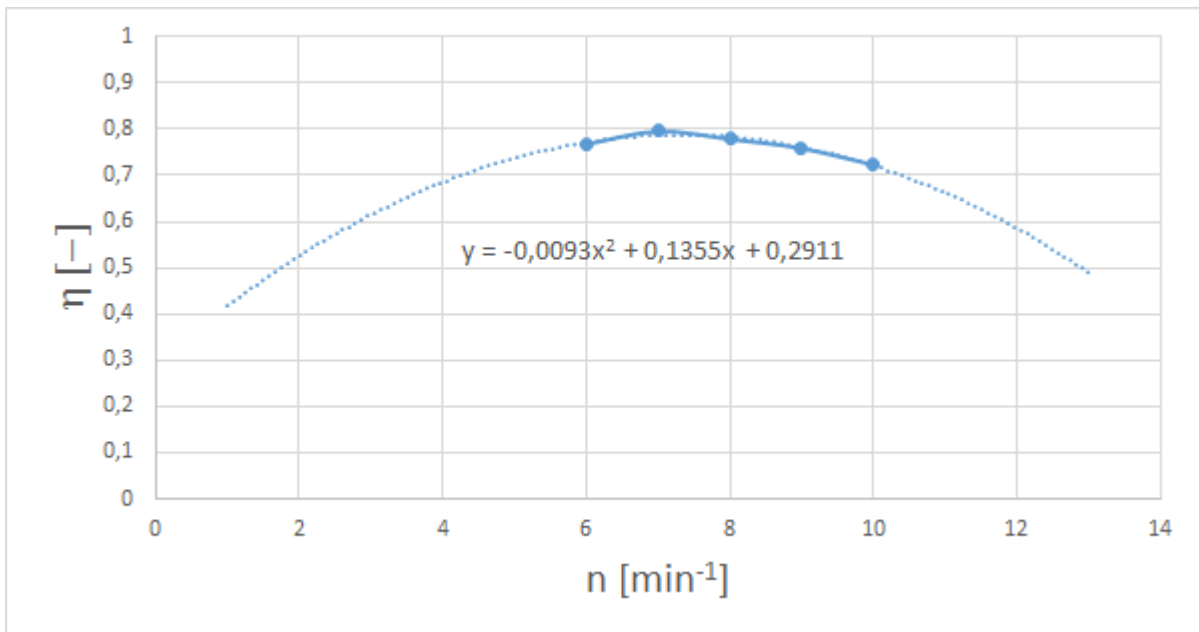
## 6.1. Kolo s 28 lopatica

U tablici 6.1 dani su rezultati numeričkog proračuna.

Tablica 6.1: Rezultati numeričkog proračuna (28 lopatica)

$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$\omega$ [ $\text{s}^{-1}$ ]	$T$ [ $\text{Nm}$ ]	$P_{iz}$ [ $\text{W}$ ]	$\eta$ [—]
6	0.628318	11956	7512.175	0.7671
7	0.733038	10623	7787.064	0.7952
8	0.837758	9095	7619.408	0.7781
9	0.942478	7878	7424.839	0.7582
10	1.047197	6760	70790.054	0.7229

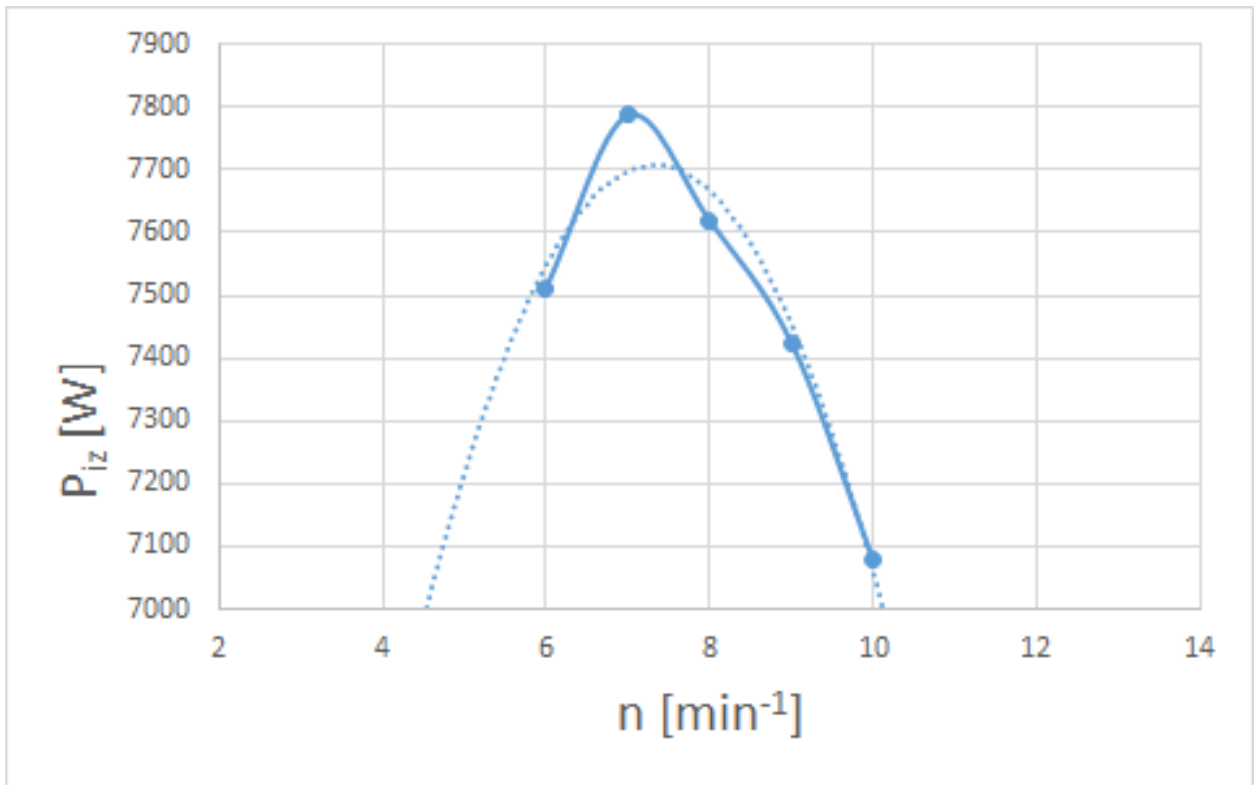
Na slikama 6.2 i 6.3 su dijagramski prikazane karakteristike efikasnosti i izlazne snage za kolo s 28 lopatica. Maksimalna iskoristivost kola dobiva se kod brzine vrtnje od  $n = 7 \text{ min}^{-1}$  i iznosi  $\eta = 79.52 \%$ .



Slika 6.2: Karakteristika efikasnosti kola (28 lopatica)

Budući da radna karakteristika kola ima oblik kvadratne parabole

$$\eta(Q) = aQ^2 + bQ + c \quad (6.9)$$



Slika 6.3: **Karakteristika izlazne snage kola (28 lopatica)**

metodom najmanjih kvadrata su aproksimirani numerički rezultati, odnosno izračunati su koeficijenti u jednadžbi 6.9. Jednadžba radne karakteristike za kolo s 28 lopatica je

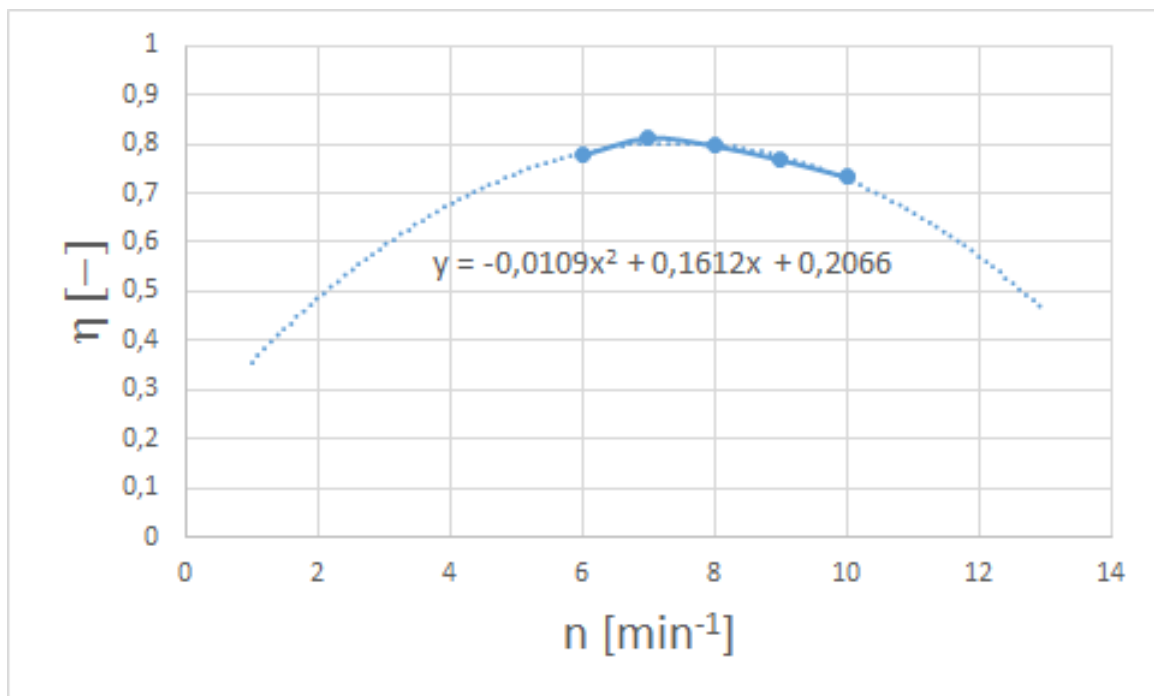
$$\eta_{28}(Q) = -0.0093Q^2 + 0.1355Q + 0.2911 \quad (6.10)$$

## 6.2. Kolo s 30 lopatica

U tablici 6.2 dani su rezultati numeričkog proračuna.

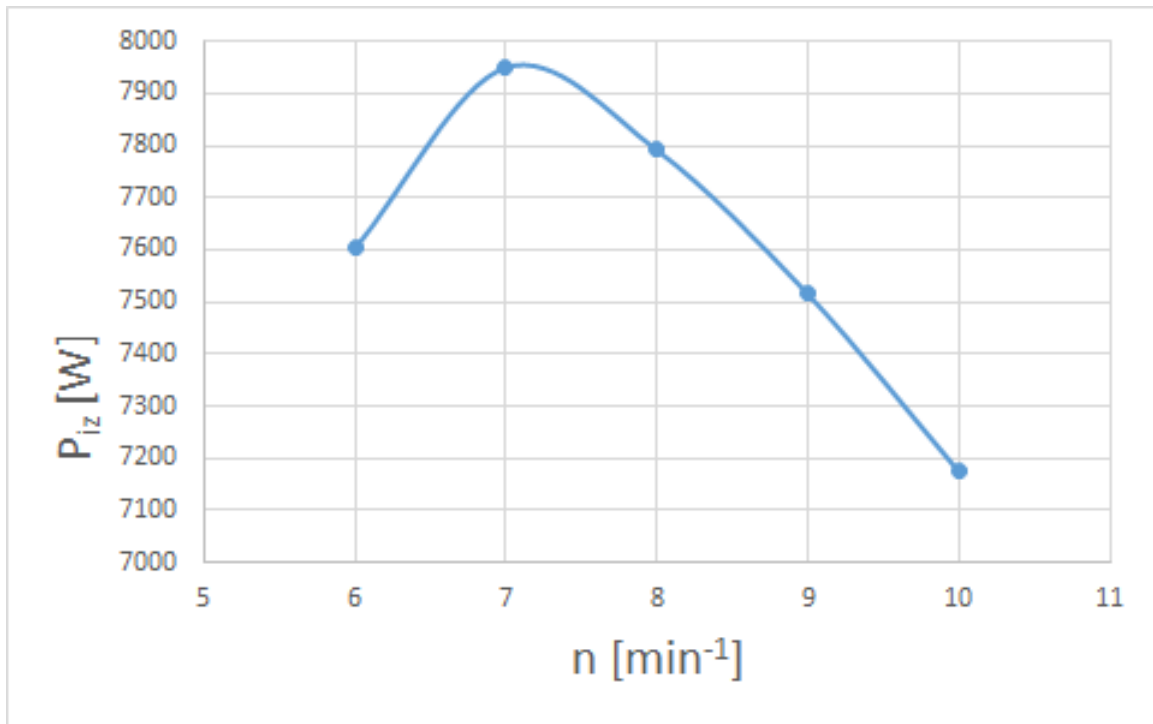
Tablica 6.2: Rezultati numeričkog proračuna (30 lopatica)

$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$\omega$ [ $\text{s}^{-1}$ ]	$T$ [ $\text{Nm}$ ]	$P_{iz}$ [ $\text{W}$ ]	$\eta$ [–]
6	0.628318	12100	7602.653	0.7764
7	0.733038	10845	7949.799	0.8118
8	0.837758	9300	7791.148	0.7956
9	0.942478	7973	7514.374	0.7674
10	1.047197	6850	7173.302	0.7325



Slika 6.4: Karakteristika efikasnosti kola (30 lopatica)

Na slikama 6.4 i 6.5 su dijagramski prikazane karakteristike efikasnosti i izlazne snage za kolo s 30 lopatica. Maksimalna iskoristivost kola dobiva se kod brzine vrtnje od  $n = 7 \text{ min}^{-1}$  i iznosi  $\eta = 81.18 \%$ .



Slika 6.5: Karakteristika izlazne snage kola (30 lopatica)

Budući da radna karakteristika kola ima oblik kvadratne parabole

$$\eta(Q) = aQ^2 + bQ + c \quad (6.11)$$

metodom najmanjih kvadrata su aproksimirani numerički rezultati, odnosno izračunati su koeficijenti u jednažbi 6.11. Jednažba radne karakteristike za kolo s 30 lopatica je

$$\eta_{30}(Q) = -0.0109Q^2 + 0.1612Q + 0.2066 \quad (6.12)$$

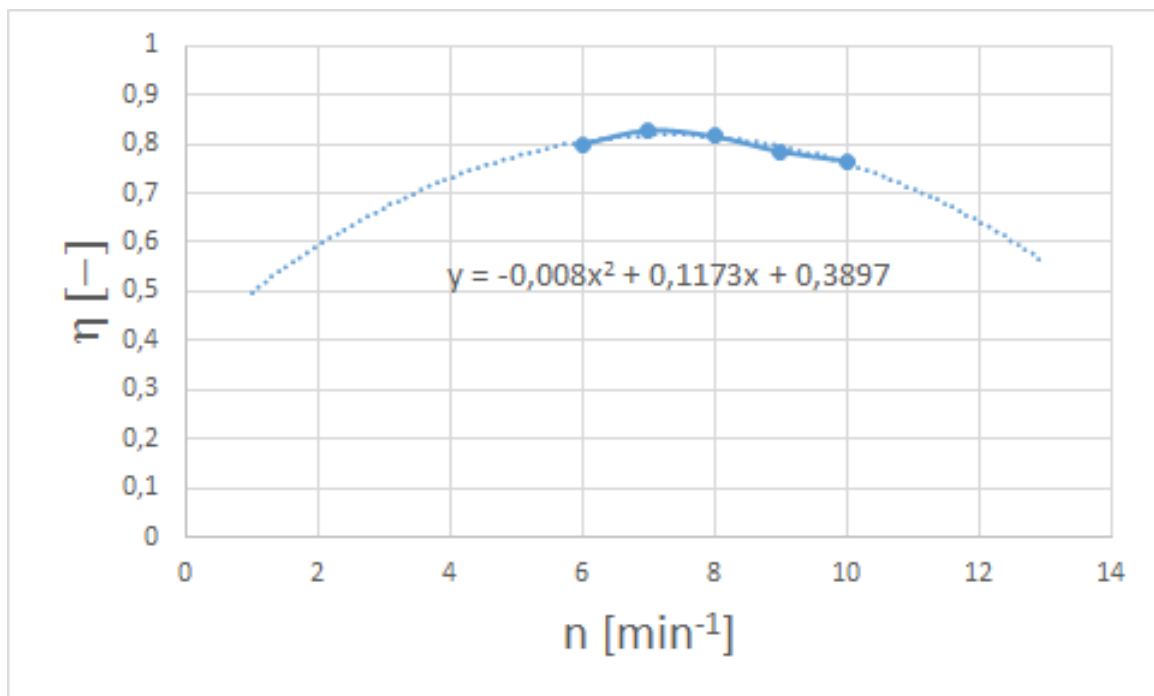


### 6.3. Kolo s 32 lopatice

U tablici 6.3 dani su rezultati numeričkog proračuna.

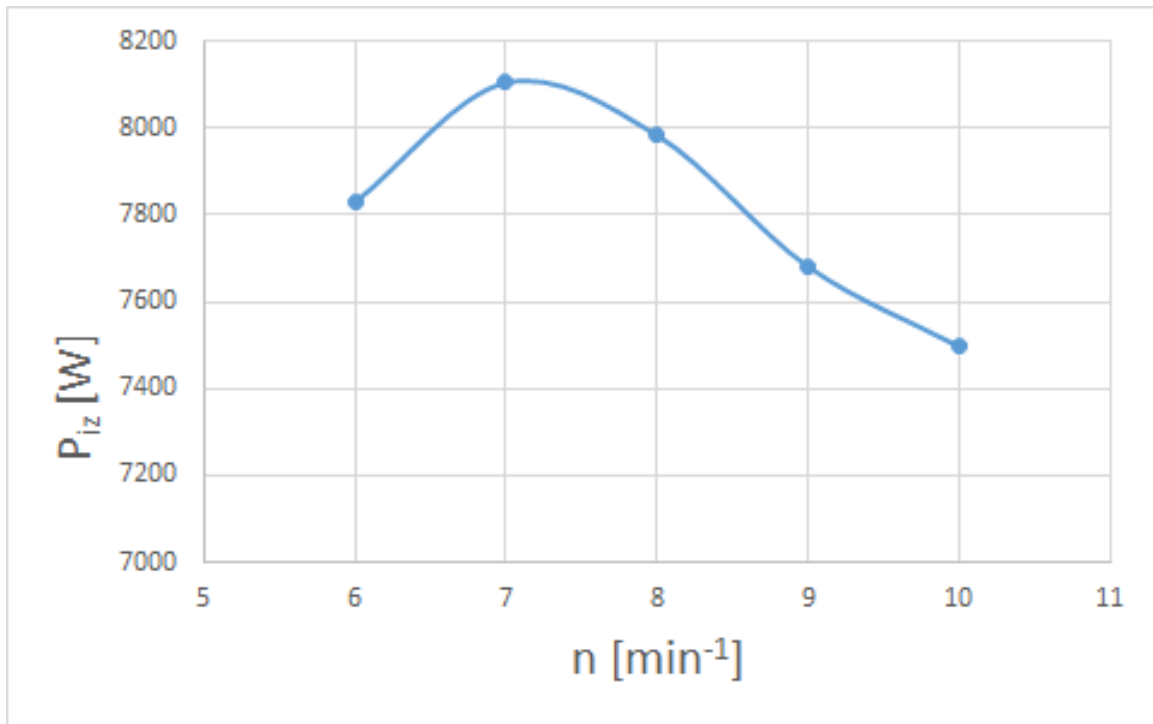
Tablica 6.3: Rezultati numeričkog proračuna (32 lopatice)

$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$\omega$ [ $\text{s}^{-1}$ ]	$T$ [ $\text{Nm}$ ]	$P_{iz}$ [ $\text{W}$ ]	$\eta$ [–]
6	0.628318	12461	7829.476	0.7995
7	0.733038	11056	8104.470	0.8276
8	0.837758	9530	7983.832	0.8153
9	0.942478	8150	7681.192	0.7844
10	1.047197	7159	7496.886	0.7656



Slika 6.6: Karakteristika efikasnosti kola (32 lopatice)

Na slikama 6.6 i 6.7 su dijagramski prikazane karakteristike efikasnosti i izlazne snage za kolo s 32 lopatica. Maksimalna iskoristivost kola dobiva se kod brzine vrtnje od  $n = 7 \text{ min}^{-1}$  i iznosi  $\eta = 82.76 \%$ .



Slika 6.7: Karakteristika izlazne snage kola (32 lopatice)

Budući da radna karakteristika kola ima oblik kvadratne parabole

$$\eta(Q) = aQ^2 + bQ + c \quad (6.13)$$

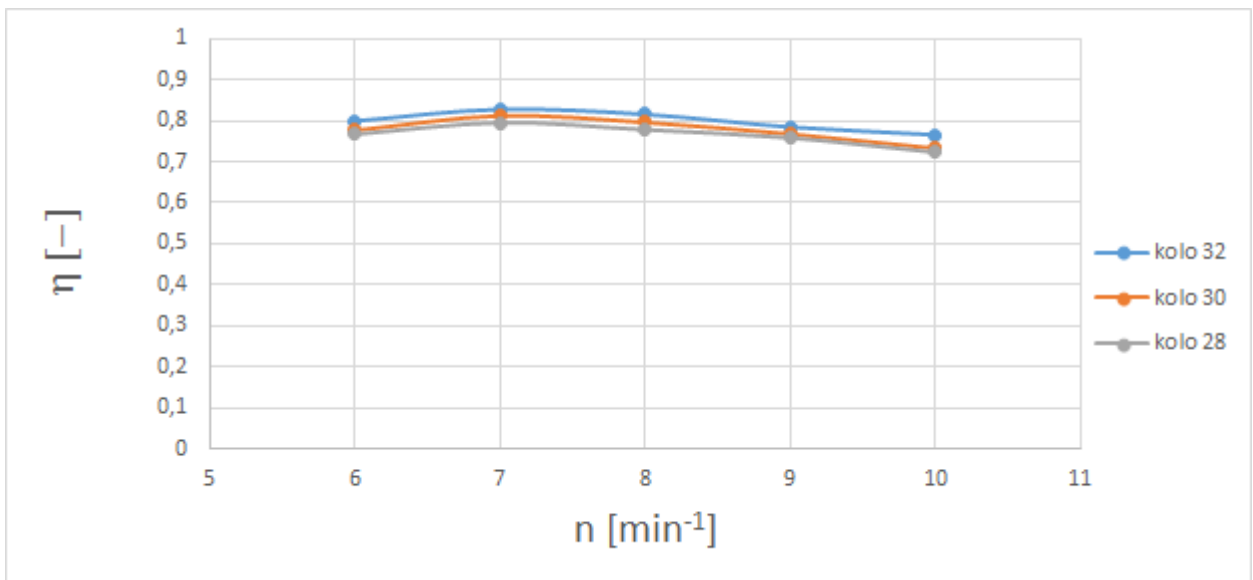
metodom najmanjih kvadrata su aproksimirani numerički rezultati, odnosno izračunati su koeficijenti u jednažbi 6.13. Jednažba radne karakteristike za kolo s 30 lopatica je

$$\eta_{32}(Q) = -0.008Q^2 + 0.1173Q + 0.3897 \quad (6.14)$$

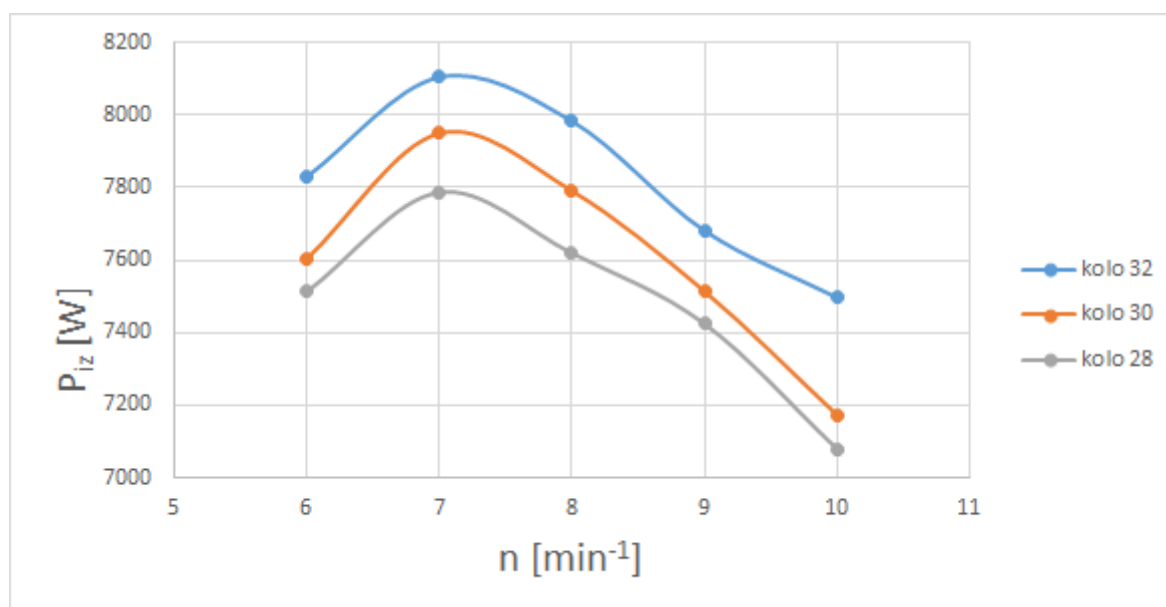
## 6.4. Usporedba radnih karakteristika

Na slikama 6.8 i 6.9 su dijagramski prikazani rezultati za sva tri kola. Sva tri kola daju najbolji rezultat za isti broj okretaja  $n = 7 \text{ min}^{-1}$ . Kolo s 32 lopatice daje najviše snage i najbolju iskoristivost ovisno o broju okretaja. Razlike između ove tri konstrukcije su vrlo male i rezultati su vrlo bliski, ali se vidi trend rasta iskoristivosti s brojem lopatica.

Za optimalnu izvedbu uzeto je kolo s 30 lopatica, iako kolo sa 32 lopatice daje veću iskoristivost. Naime zbog malih snaga izrada dodatne dvije lopatice nije ekonomski isplativa zbog povećanja izlazne snage od svega 200W.



Slika 6.8: Karakteristika efikasnosti kola



Slika 6.9: Karakteristika izlazne snage kola

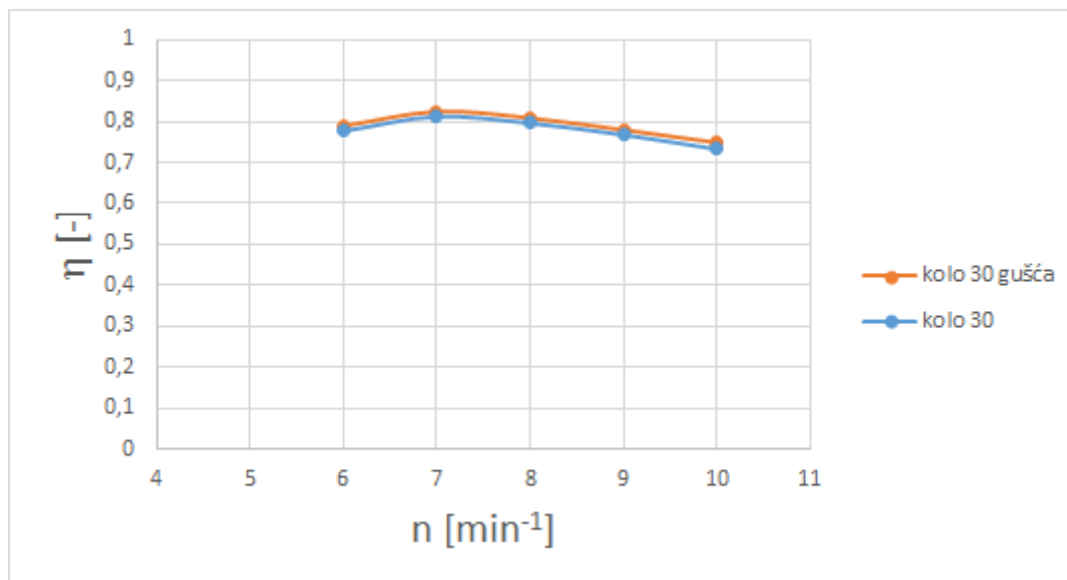
## 6.5. Kolo s 30 lopatica na finijoj mreži

Da bi vidjeli utjecaj mreže na rezultate izrađena je finija mreža. Osnovna mreža je sadržavala 95953 kontrolna volumena, dok nova mreža sadrži 197151 kontrolni volumen. Slike 6.10 i 6.11 prikazuju usporedbu karakteristika za kolo s 30 lopatica na dvije različite mreže. Kolo sa gušćom mrežom daje nešto veću iskoristivost za 1.5 % za iste ulazne parametre. Vremenski su simulacije na gušćoj mreži zbog većeg broja kontrolnih volumene trajale otprilike dvostruko duže. Kada bi se raspolagalo s računalima s većim resursima vrijeme trajanja simulacije bi se uvelike skratilo.

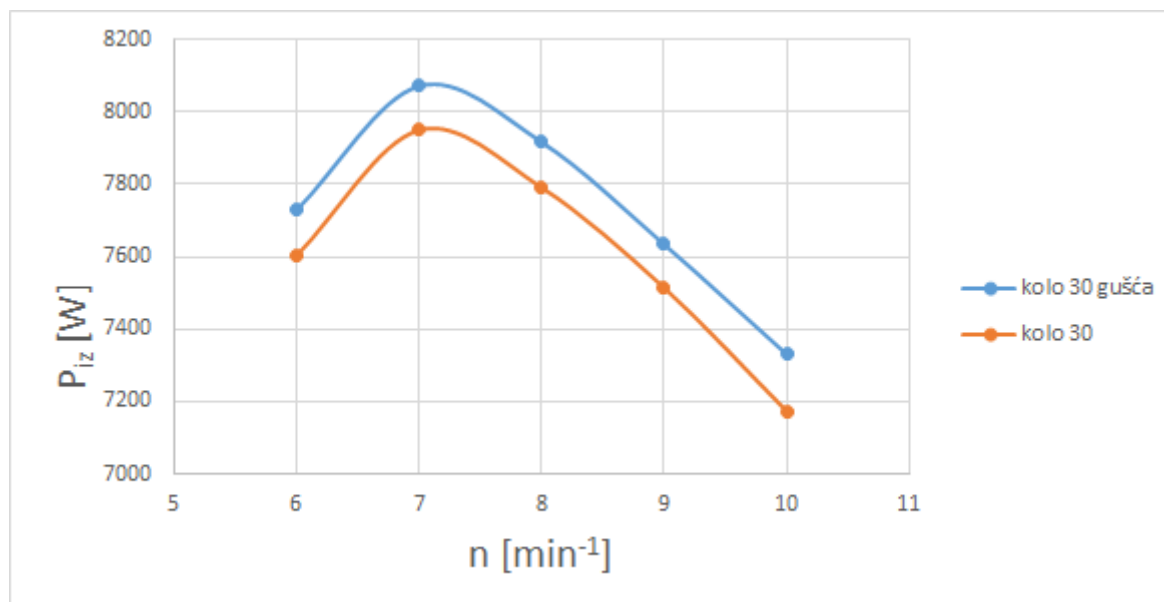
U tablici 6.4 dani su rezultati numeričkog proračuna.

Tablica 6.4: **Rezultati numeričkog proračuna za gušću mrežu**

$n [min^{-1}]$	$\omega [s^{-1}]$	$T [Nm]$	$P_{iz} [W]$	$\eta [-]$
6	0.628318	12300	7728.316	0.7892
7	0.733038	11011	8071.483	0.8243
8	0.837758	9450	7916.812	0.8085
9	0.942478	8100	7634.069	0.7796
10	1.047197	7000	7330.381	0.7486



Slika 6.10: Usporedba karakteristika efikasnosti kola



Slika 6.11: Usporedba karakteristika izlazne snage kola

## 7 Zaključak

U radu je obrađena analiza strujanja kroz vodeničko kolo. Kroz rad je izrađeno nekoliko simulacija za kola sa različitim brojem lopatica te su dane usporedbe rezultata.

Proračuni su provedeni na geometriji izrađenoj u programskom paketu *SolidWorks* koja je učitana u programski paket *ANSYS* gdje je definirana prostorna domena te je izrađena mreža konačnih volumena. Također za kolo sa 30 lopatica provedena je usporedba na dvije mreže različitih gustoća. Sama simulacija provedena je u programu *FLUENT*. Pošto se radi o dvofaznom strujanju korišten je *FLUENT*-ov VOF model (engl. *Volume of Fluid*). Zbog vrtnje kola proračuni su provedeni za nestacionarno strujanje, koristeći standardni  $k - \omega$  SST model turbulencije. Na ulazu u domenu zadana je brzina dobivena iz protoka te prilagođena 2D modelu. Rezultati proračuna su polja fizikalnih veličina te izlazna snaga na središnjoj osovini preko koje dobivamo mehaničku energiju. Dani su rezultati za konstrukcije kola sa 28, 30 i 32 lopatice te prema njima izabrana optimalna konstrukcija za izradu. Vidljivo je da se povećanjem broja lopatica povećava izlazna snaga za određeni broj okretaja te s time i iskoristivost samog kola.

Dijagrami dobiveni ovim radom mogli bi se koristiti i za druge slične probleme. Velika prednost računalne dinamike fluide je što u relativno kratkom vremenu možemo doći do okvirnih rezultata te donijeti odluke o isplativosti samog projekta i prije kretanja u samu provedbu. Sljedeći korak bio bi izraditi 3D model kola te provesti simulaciju strujanja za taj slučaj te usporediti tako dobivene rezultate sa sadašnjima.

# Literatura

- [1] Water Wheel Design. <http://www.top-alternative-energy-sources.com/water-wheel-design>, last access 16.11.2017.
- [2] Types of Water Wheels. [http://fden-2.phys.uaf.edu/211\\_fall2010.web.dir/Brooks/types-of-water-wheels](http://fden-2.phys.uaf.edu/211_fall2010.web.dir/Brooks/types-of-water-wheels), last access 15.11.2017.
- [3] Muller G., Kauppert K. Performance characteristics of water wheels. *Journal of Hydraulic Research in: UK*, 2004.
- [4] FLUENT 6.3 Documentation. <https://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/>, last access 16.12.2017.
- [5] Energy Education. <http://energyeducation.ca/encyclopedia/Waterwheel>, last access 15.11.2017.
- [6] SolidWorks 2017. <http://www.solidworks.com/>, "2016.", last access 20.12.2017."
- [7] Ansys 17.0-Docummentation. <https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0>, last access 10.1.2017.
- [8] William G. Ovens. A Design Manual for Water Wheels, 1977.
- [9] Muller G., Volter C. The breastshot waterwheel: Design and model tests. *Engineering Sustainability 157 Issue ES in: UK*, 2004.
- [10] Quaranta E., Revelli R. CFD simulations to optimize the blade design of water wheels. *Drinking Water Engineering and Science in: Turin, Italy*, 2017.



- [11] B. Kraut. Strojarski priručnik, 2009.